

Taj divni, taj prirodni broj 2.718...



Odmah na početku postaviti ću jedno eliminacijsko kviz-pitanje:

Koji logaritam se naziva **prirodnim logaritmom**;

- a) logaritam s bazom 10;
- b) logaritam s bazom e ?

Točan odgovor je, naravno, b) i znam da ste svi vi matematičari točno odgovorili i drago mi je zbog vas. Ali, pustimo sada vaše duboko matematičko znanje i zapitajmo se očima jednog srednjoškolca, koji biste odgovor zaokružili. Je li prirodni logaritam s bazom 10 ili s bazom e ? Razmislite je li **prirodni** broj 10 ili broj e ? Koji od tih brojeva pripada skupu prirodnih brojeva? Imamo li mi uostalom 10 prstiju ili e prstiju na rukama? Ma zapravo, kakav to e ?

Ima jedna čudna stvar koju sam htjela podijeliti s vama još prošle godine. Radi se o tom tajanstvenom broju e . Kada smo učili logaritme, lijepo ja sve po

redu shvatim: prvo eksponencijalnu funkciju, OK, sve mi je jasno. Onda logaritamsku, koja je inverzna eksponencijalnoj. Dobro. Logaritam s bazom 10. Logaritam s bazom kojom god želiš, ma sve mi je jasno. I onda se pojavi on. Taj **prirodni logaritam**. Pitam se je li ikoji učenik stao u obranu svoje izvorne sumnje koja svakom normalnom prva padne na pamet: zašto je logaritam s brojem e kao bazom prirodan logaritam? Po čemu je taj logaritam dobio privilegiju da se naziva prirodnim? Vidite li vi tu išta prirodno? Ali broj e uopće nije prirodan broj, halo, čuje li mene itko??? Da bude malo jasnije, sad ću ja svojim riječima javno istresti sve svoje sumnje:

Ok, dakle, taj neki Euler, velika faca navodno, u dani-ma kada od najveće dosade nije znao što bi, zamahnuo je prstom iznad brojevnog pravca, zažmi-

rio, i prst se zaustavio na brisanom prostoru negdje između 2 i 3, malo bliže 3. I rekao je: ovo će biti Eulerov broj. I bi tako. To je najprirodniji broj koji postoji, jer sam ga izmislio ja, reče. Neka se skraćeno zove e , jer se ja zovem Euler i velika sam faca. I bi tako. Logaritam s njegovom bazom neka se prirodnim logaritmom zove, jer je to nešto najprirodnije što priroda stvori. I bi tako. I vidje Euler da je dobro, te sedmog dana legne da se odmori, a vi, učenici, koji nailazite stoljećima i generacijama poslije, uzmite zdravo za gotovo događaje iz ove matematičke Knjige postanka i ne pitajte ništa dalje. Kao, uostalom, i kod većine gradiva što ga učite u školi.

E, pa ja hoću da se bar jedanput stvari razjasne do kraja. Postavila sam pitanje na nekoliko mjesta na Internetu i svi mi odgovaraju kako još nemam do-



voljno matematičkog znanja za pravi odgovor. Kao, da bi se otkrilo što je toliko prirodno u broju e , treba poznavati matematičku analizu. To je kao neka “viša matematika”. Pa zašto nam onda spominjete broj e prije analize??

Vidjela sam da nema druge, moram se obratiti raski. Svoje sam sumnje javno iznijela na satu razrednog odjela (nisam luda da gubim od matematike, to nam trenutno nije u gradivu), razred je naravno burno reagirao (oni bi o nekom izletu, glupost), ali se raska srećom odmah uhvatila za matematičku temu (izgleda da joj se nije svidio većinski prijedlog da idemo na bungee jumping sa Šibenskog mosta).

— Draga moja djeco, odlično pitanje o broju e . Znamo da postoje racionalni i iracionalni brojevi. Racionalni su oni koje je razumom lako shvatiti jer ih koristimo u svakodnevnom životu: pozitivni i negativni razlomci. No, ima i onih nezgodnih brojeva koje nije tako lako dohvatiti razumom, koji imaju beskonačan neperiodički decimalni dio. Te nezgodne brojeve matematičari od milja nazivaju **iracionalnim** brojevima. To su, primjerice, $\sqrt{2}$, π , itd., a naravno, to je i broj e . Priznajte, koji broj vam izgleda opasnije: $\sqrt{2}$ ili e ? Naravno e , jer $\sqrt{2}$ poznajete iz osmog razreda, znate ga konstruirati, znate naći jednadžbu kojoj je $\sqrt{2}$ rješenje itd. (Hm, znate li?) A za broj e to ne znate. Broj e je tajanstven broj, ne možete napisati niti jednu pristojniju jednadžbu kojoj bi rješenje bilo e . Zato kažemo da je e tajanstven broj. Matemati-

čari to zovu transcendentan, ali ne opterećujte se, to se oni samo trude izmisliti riječ sa što više slova. Uglavnom, ako hoćeš točno zapisati broj e , ne možeš to nikako drugačije nego ovako: e . Ako napišeš 2.718, to je njegova aproksimacija, bijedan mali racionalan broj, ali *sorry*, to nije naš tajanstveni e . — Ne trebam ni spomenuti da je raska svaki puta pri spominjanju riječi “tajanstveni”, izgovorila to sablasnim šapatom, dok je vani bjesnjela oluja. Ovi lajtmotivi pomogli su da se dogodi jedinstveni trenutak: mir na satu razrednog odjela.

— No, draga moja djeco, otkud baš taj broj? Evo odgovora. Uzeli pametni ljudi promatrati nizove brojeva prema formulama. Tako su promatrali i što se događa s izrazom $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ kada umjesto n uzmu brojeve 1, pa 2, pa 3, pa 4 itd. Slučajni prolaznik bi vjerojatno rekao: što veći broj uzmeš, dobit ćeš i veći rezultat. Ali nije tako! Jer što veći broj uzmeš, dobiješ broj bliži broju e . Probajte sami kod kuće. Pametni ljudi su znali da je to neki broj između 2 i 3, ali ne i koji. Tek je Euler pokazao da se radi o iracionalnom broju kojeg je točno prikazao na 18 decimala sa 2.718281828459045235. A nazvan je e potpuno slučajno, i nije istina da ga je Euler nazvao po sebi. — Kaže raska. A ja kažem, ups, oprostite, onda zaboravite one moje optužbe o matematičkoj Knjizi postanka. . .

— Euler je otkrio još mnogo toga o broju e , ali nešto moramo ostaviti i za 4. srednje, je li

tako? Kad naučimo analizu vidjet ćete mnoge lijepe stvari oko broja e , sve će vam se činiti tako prirodno. . . . Laknut će vam svaki puta kada ga vidite. . . — cvrkutala je raska.

Raska nam je ispričala lijep uvod, ali ja još nisam vidjela **prirodnih** ljepota u broju e . Da stvar bude gora, naravno da je i pametnjaković Joško morao pokazati da i on zna ponešto o tom broju.

— U teoriji računarstva su izračunali da binarni sustav nije idealan i da bi idealan sustav bio s bazom e — dao je Joško svoj prilog činjenici da smo svi mi iracionalni, samo je dotični e prirodan. Svi su na to mudro klimnuli glavom, svi kao razumiju. Ja se svejedno nisam mogla suzdržati:

— Kako misliš napraviti 2.718 stanja na bistabilu?

Na to ni Joško nije znao odgovoriti. On nešto ne zna, hajde da i to vidim. I to još iz **njegovog** računarstva, ohoho. . . . Dečko, primi se knjige, tlo ti izmiče pod nogama!

Nije bilo druge nego da sama posegnem za starim tatinim knjigama. Malo sam ih proučila i mogu reći da sam shvatila bit limesa i derivacije (jedva čekam kad ćemo druge godine rješavati ona brda i brda zadataka!) i zaista se gotovo sve vrti oko broja e . Čak nisam ni puno griješila kad sam spomenula matematičku Knjigu postanka. To je zaista početak jedne nove i drugačije matematike.

Što da vam pričam, učit ćete sljedeće godine.

Vaša štreberica