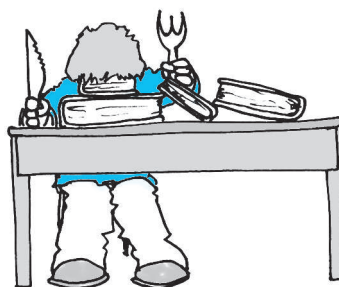

Matematička osobnost učenika



Ilona Posokhova, Zagreb

Dva načina viđenja matematike

Matematičkom problemu pristupamo na različite načine. Naprimjer, kada jedan učenik čita matematički zadatak, on ga odmah dijeli na mnogo manjih dijelova, manjih zadataka i rješava svaki dio korak po korak, vrlo sustavno i metodično. Pored njega sjedi drugi učenik, koji čita isti zadatak i odmah se sjeća nekog drugog zadatka koji je sličan ovome i ima sličan postupak rješavanja. Dakle, dva učenika su pristupila istom zadatku na dva potpuno različita načina i riješila su zadatak s dva različita stila. Stil učenja matematike i pristupa matematičkoj problematici zovemo **matematička osobnost učenika**.

Svatko od nas ima posebnu i jedinstvenu matematičku osobnost, određen i jedinstven stil učenja matematike. Taj stil određuje naše razumijevanje, usvajanje i primjenu matematike.

Iako su mnogi znanstvenici mislili da postoji dvočlana podjela, odnosno dva stroga stila učenja, otkrilo se da postoji cijeli kontinuum matematičkih osobnosti. Svatko od nas ima jedinstveno mjesto u tom kontinuumu. Promatranja su pokazala da se kontinuum matematičkih osobnosti proteže od

jedne krajnje točke do druge. Na jednom kraju spektra nalazi se osoba koja pristupa matematici vrlo metodično, korak po korak, pa je zovu algebarskim tipom. S druge strane, na suprotnom kraju spektra je osoba koja obrađuje informaciju vizualno, holistički, a zovu je geometrijskim tipom. Ipak, podjela na algebarski i geometrijski tip suviše je restriktivna prema svojem opisu i također prema pretpostavci da razlika u matematičkim osobnostima ne postoji u nižim razredima osnovne škole, kada se uči aritmetika. U stvarnosti, razlike u procesiranju postoje od samoga početka upoznavanja s matematikom, a algebru i geometriju također možemo učiti na oba načina. Prof. Sharma iz Cambridge koledža, SAD, uveo je posebne nazive koji reflektiraju tu razliku u obradi informacije. Prema Sharmi, jedan kraj kontinuumu zovemo **kvantitativna matematička osobnost**, a drugi **kvalitativna matematička osobnost**. Većina djece (a kasnije i odraslih) nalazi se između te dvije krajnosti, a u razredu učitelj ima posla s cijelim buketom različitih matematičkih osobnosti (npr. jedno dijete je više kvantitativno i manje kvalitativno, drugo je više kvalitativno i manje kvantitativno, treće je posve kvantitativno itd.).

Kvantitativna matematička osobnost

Učenici s kvantitativnim tipom matematičke osobnosti obrađuju informaciju metodično, postupno, od dijelova prema cjelini. Takav učenik traži specifične metode, "recepte" i formule za svaki pojedini problem. On je veoma "propisan" u primjeni matematičkih metoda. Tako, novi zadatak pokušava uvrstiti u "tip", a zatim traži metodu koja se primjenjuje za rješavanje tog tipa zadataka. Sve dotle dokle mu je dostupna ta metoda rješavanja, učenik nema nikakvih teškoća u rješavanju dotičnog zadatka. Ali kada se ponuđeni zadatak ne uklapa u propise ili recepte koje, prema njegovu mišljenju odgovaraju toj situaciji, tipična izjava takvog učenika je: "Ovo još nismo učili." Takav učenik ima dobro razvijene govorno-jezične sposobnosti i lako rješava zadatke dio po dio. Njegov tipični pristup je raščlanjivanje zadatka na dijelove, rješavanje svakoga dijela i zatim sastavljanje pojedinih rješenja u svrhu generiranja jednog općeg rješenja zadatka. On radi vrlo sustavno, primjenjujući određeni niz postupaka i metodičnih kvantitativnih radnji. Posebno je uspješan u zadacima koji se rješavaju postupnim nadograđivanjem radnji, kao što su: brojanje, algoritmi koji uključuju zbrajanje, oduzimanje, množenje i dugo dijeljenje različitih tipova brojeva. Takav učenik je u stanju savršeno uvježbati standardne algebarske postupke. Kada se susreće s problemskim zadatkom, ovaj učenik odmah traži poznati i standardni algoritam za njegovo rješavanje. On uvijek ima specifična rješenja za specifične zadatke. Kao rezultat, takav učenik je uspješan u aritmetici, djelomično u algebri i u onom dijelu geometrije koji se maksimalno oslanja na sustavne postupke i aksiome. Kada se susreće sa zadacima koji imaju nekoliko načina rješavanja, učenik s kvantitativnim stilom učenja nailazi na teškoće. Njegova tipična izjava u takvoj situaciji je: "Nemoj-

te me zbunjivati s nekoliko metoda, pokažite mi najlakšu i najbolju metodu rješavanja tog zadatka." Pri maksimalnoj zastupljenosti kvantitativnog tipa osobnosti učenik može stvarati dojam dogmatičara.

Kvalitativna matematička osobnost

Ovaj učenik obrađuje matematičku informaciju uglavnom vizualno, od cjeline prema dijelovima. On holistički pristupa zadatku i istražuje globalne načine rješavanja. Uspješan je u prepoznavanju obrazaca - kako prostornih, tako i simboličkih, a također u uspoređivanju i povezivanju različitih koncepata i ideja. Kada se susreće s problemskim zadatkom, počinje se igrati njime na posredan metaforičan način i tek zatim pristupa rješavanju. U rješavanju zadatka on traži ili stvara paralelne primjere, te nakon njihovog rješavanja, pokušava generalizirati rješenje osnovnog zadatka. Matematičkim problemima pristupa intuitivno i bogato koristi svoju prostornu percepciju i vizualizaciju. Zadatak uvijek promatra globalno, pokušavajući uvidjeti u svakom pojedinom zadatku globalni model. U učenju aritmetike, algebre i geometrije takav učenik uočava međudnose koncepta i radnji. Ali kada je potrebno obavljati računske radnje u određenom redoslijedu (algoritme), on nailazi na teškoće i čini greške u koracima računskog postupka. Za njega su tipične slučajne omaške. Takav učenik nerijetko zapisuje radnju skraćeno, izostavljajući nekoliko koraka koje je obavio "u glavi". U zapisivanju rješenja ili samoga zadatka ponekad izostavlja znakove i može biti općenito neuredan. Proceduralne radnje doživljava kao dosadne i naporene, te gubi interes za dugotrajna računanja. Za razliku od kvantitativnog tipa matematičke osobnosti, kvalitativni učenik ne vježba dovoljno i zato ne postiže dovoljnu razinu automatizacije

radnje. U krajnjoj zastupljenosti ovog tipa matematičke osobnosti učenik nije dovoljno uvježban, odnosno ne ovladava potpuno konceptima, ali, za razliku od kvantitativnog tipa, sposoban je mnogo brže uočavati konceptualne veze i tako doživljava matematiku na mnogo dubljoj razini.

Kako to primijeniti u podučavanju?

Budući da učenici jednoga razreda predstavljaju cijeli **kontinuum** matematičkih osobnosti od posve kvantitativno do posve kvalitativno orijentiranih, iznimno je važno podučavati matematiku putem što većega raspona didaktičkih materijala i strategija, odnosno stvarati što bogatiju edukativnu atmosferu. Kako to učiniti? Svaki matematički koncept je potencijalno moguće podučavati na oba načina: kvantitativno i kvalitativno, deduktivno i induktivno, putem “zasebnih” i “nepodijeljnih” didaktičkih materijala, odnosno putem standardnih deduktivnih, algebarskih, sukcesivnih i proceduralnih recepata ili putem vizualnih, prostornih, induktivnih strategija. Većina učitelja rabi kvantitativni, deduktivni i proceduralni način podučavanja, a zapravo je potrebno **integrirati** oba načina, odnosno unijeti u nastavni proces više kvalitativno orijentiranih materijala i metoda i na taj način zadovoljiti potrebe cijeloga razreda. U knjizi “Matematika bez suza” Sharma razmatra konkretnu upotrebu kvalitativnih strategija u podučavanju raznih matematičkih koncepata.

Kvalitativno orijentirani učenici trebaju metodologiju u kojoj je naglašen vizualni aspekt matematike. Njima su potrebne mentalne vizualizacije. To nisu slike u doslovnom tumačenju te riječi. Vizualizacija prati proces apstrahiranja i razumijevanja i zato je iznimno važna u učenju i podučavanju. Iako je vizualizacija dominirajuća osobina kvali-

tativnih učenika, najnovija istraživanja pokazuju da je vrlo vrijedna za sve učenike. Mentalne vizualizacije su najmoćnije sredstvo smislene realizacije formalne matematike. Djeca koja su u stanju stvarati mentalne vizualizacije čvrsto usvajaju koncepte i u stanju su stvarati primjere za apstrakcije, pa su zato mnogo aktivnija i inventivnija u rješavanju problemskih zadataka.

Iskusni matematičari i djeca koja uče matematiku u osnovnoj školi rabe oba pristupa otprilike u sljedećem redoslijedu:

- istraživanje, otkrivanje i indukcija (kvalitativno);
- intuicija, metafora i analogija (kvalitativno);
- matematika kao analitički jezik (kvantitativno);
- dedukcija, analiza i algoritmi (kvantitativno);
- spremnost za novi koncept, heuristika i otkrivanje (kvalitativno);

Matematički problem je moguće riješiti na jedan ili više od sedam načina koji zapravo predstavljaju zajednički spektar:

1. Analogija: jednostavna usporedba prema kvantiteti i kvaliteti;
2. Indukcija: zaključivanje od pojedinog prema općem;
3. Dedukcija: zaključivanje od općeg prema pojedinom;
4. Analiza: podjela problema na sastavne dijelove;
5. Metafora: zamjena objekata ili postupaka prema određenim obilježjima;
6. Heuristika: istraživanje koje se temelji na slučajnosti, prirodna metoda;
7. Algoritam: računanje prema zadanim koracima koji vode prema rješenju specifičnoga problema.

Ilona Posokhova, prof. defektolog, prema knjizi “Matematika bez suza: Kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike”, prema prof. M. Sharma, Ostvarenje, 2001. Tel. 044 732–230. e-mail: ostvarenje@hi.hinet.hr