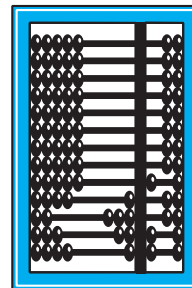


Zrno do zrna – pogača, kamenčić do kamenčića – abak



Sanja Sruk, Zagreb

Vjerujem da čitatelji **MŠ**-a znaju što je abak — naziv za razne vrste primitivnog računala na kojem su brojevi predstavljeni kamenčićima ili drvenim kuglicama, a računanje se vrši njihovim pomicanjem na odgovarajući način. Ne zna se ni izumitelj ni vrijeme postanka abaka. Poznato je da se koristio u staroj Grčkoj i Rimu (lat. calculus = kamenčić, a calculare = računati), a vrlo je vjerojatno da se nezavisno razvio i u indijanskim civilizacijama Meksika i Perua. Razne vrste abaka koristile su se i u Rusiji, Kini i Japanu.

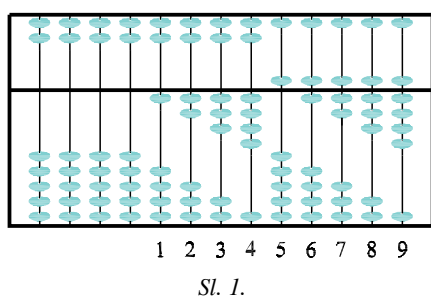
Možda se pitate zašto sam se danas, u doba kad kompjutori vladaju svijetom, odlučila pisati o jednom takvom reliktu prošlosti. Ma kako primitivnim ga smatrali, činjenica je da se abak i danas koristi, mahom među Kinezima, po svoj prilici zahvaljujući jednoj svojoj osobini koja na prvi pogled izgleda nevjerojatna, a to je ušteda vremena. Naime, prilikom izvođenja neke računske operacije, bez obzira na njenu jednostavnost, treba osim same vještine računanja koristiti i memoriju, dok nam ona kod abaka nije potrebna. Potrebna je samo spretnost i dobra uvježbanost

nekih pravila računanja pa da se vrijeme koje bi nam trebalo za računanje pomoću papira i olovke ili kalkulatora skрати na pola. I sama sam ostala širom otvorenih očiju kada sam prije nekoliko godina na blagajni jednog dućančića u Maleziji vidjela vremesnog Kineza koji je poput žonglera prebiraao po kuglicama abaka i za nekoliko sekundi (mnogo brže nego što bi to učinile blagajnice u našim naj-suvremenije opremljenim trgovinama) rekao koliko košta desetak artikala koje sam upravo kupila. Isprva sam pomislila da me pokušava prevariti, no iznos nije bio prevelik pa sam platila i izašla, no čim mi se pružila prilika uzela sam papir i olovku i krenula zbrajati. Točno do na ringit (novac u Maleziji), samo što je trgovac to brže izračunao.

Budući da se od svih vrsta abaka danas najviše koristi kineski, a i sama sam imala priliku susresti se s njim, odlučila sam opisati kako se on upotrebljava. Mnogi smatraju da abak služi samo za zbrajanje i oduzimanje, no njime se može i množiti i dijeliti, pa čak i vaditi drugi i treći korijen.

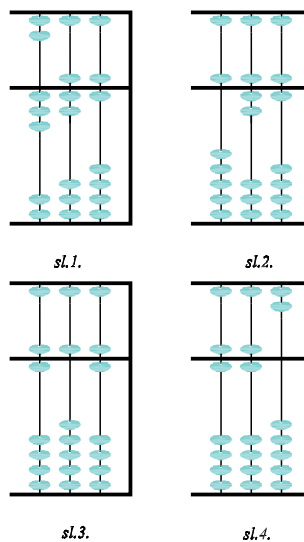
Kineski abak je pravokutni drveni okvir podijeljen vodoravnim prečkom na dva ne-

jednaka dijela. Može imati 9, 11, 13 ili više okomitih metalnih šipki na kojima se nalaze drvene kuglice. U svakom stupcu ima ih sedam: dvije iznad i pet ispod prečke. Gornja kuglica vrijedi kao pet donjih. Kuglice predstavljaju znamenke i to pozicijski, slično kao u dekadskom brojevnom sustavu – vrijednosti u lijevom stupcu su deset puta veće. U kojem je stupcu znamenka jedinica, ovisi o brojevima s kojima računamo: ukoliko su oni cijeli, to može biti krajnji desni, a ako su decimalni, bilo koji drugi stupac. Prije računanja gornje se kuglice moraju nalaziti na gornjem, a donje na donjem rubu abaka. Pravilno pomicanje donjih vrši se palcem i kažiprstom, a gornjih kuglica srednjakom. Želimo li prikazati brojeve od 1 do 4, podižemo odgovarajući broj donjih kuglica do prečke; za broj 5 vraćamo sve donje kuglice na početnu poziciju i spuštamo jednu gornju, dok brojeve od 6 do 9 prikazujemo kao $5 + 1$, $5 + 2$, $5 + 3$ ili $5 + 4$ (vidi sliku).



Kako bi se brzo i točno zbrajalo, potrebno je naučiti sedamnaest pravila koja govore što treba raditi ako želimo već prikazanom broju dodati neki drugi broj, a trenutni položaj kuglica je takav da ne možemo jednostavno dodati traženi broj novih kuglica. Radi kratkoće zapisa, koristit ću sljedeće izraze: približi – pomakni do prečke odgovarajući broj kuglica (donje podigni, gornje spusti), vrati – udalji od prečke (donje kuglice spusti, a gornje podigni), 10 dalje – podigni jednu donju kuglicu u susjednom lijevom redu (jer umjesto dviju spuštenih gornjih kuglica, što bi bilo 10, zbog pozicijskog zapisa možemo znamenku desetica prikazati u lijevom stupcu). Evo napokon pravila koja govore što nam je činiti želimo li postojećem broju dodati:

- 1: približi 5, vrati 4
- 2: približi 5, vrati 3
- 3: približi 5, vrati 2
- 4: približi 5, vrati 1
- 1: vrati 9, 10 dalje
- 2: vrati 8, 10 dalje
- 3: vrati 7, 10 dalje
- 4: vrati 6, 10 dalje
- 5: vrati 5, 10 dalje
- 6: vrati 4, 10 dalje
- 7: vrati 3, 10 dalje
- 8: vrati 2, 10 dalje
- 9: vrati 1, 10 dalje
- 6: približi 1, vrati 5, 10 dalje
- 7: približi 2, vrati 5, 10 dalje
- 8: približi 3, vrati 5, 10 dalje
- 9: približi 4, vrati 5, 10 dalje.



Npr. prvo pravilo ćemo koristiti ako je prikazan broj 4, a želimo dodati 1: treba spustiti do prečke jednu gornju kuglicu (vrijednost 5), a udaljiti od prečke četiri donje. Razjasnimo sve na jednom primjeru: $376 + 284$. Najprije prikažemo 376 (sl. 1). Za razliku od zbrajanja na papiru, ovdje se zbraja slijeva udesno. Dakle, najprije trećem stupcu zdesna dodajemo 2. Pravilo kaže: približi 5, vrati 3 (sl. 2). U sjedeći stupac ide 8: vrati 2, 10 dalje. To znači da spuštamo dvije, a u lijevom stupcu podižemo jednu donju kuglicu (sl. 3). Konačno, posljednjem stupcu

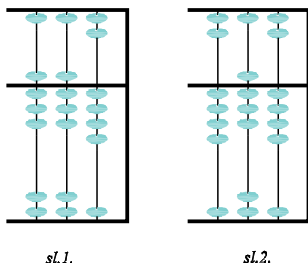
dodajemo 4: vrati 6, 10 dalje. Od prečke udaljujemo jednu gornju i jednu donju kuglicu, a u lijevom stupcu podižemo jednu donju kuglicu (sl. 4). Dobili smo rezultat 660.

Pravila za oduzimanje obrnuta su od onih za zbrajanje i glase:

- 1: vrati 5, približi 4
- 2: vrati 5, približi 3
- 3: vrati 5, približi 2
- 4: vrati 5, približi 1
- 1: natrag 10 (spusti jednu donju kuglicu iz lijevog stupca), približi 9
- 2: natrag 10, približi 8
- 3: natrag 10, približi 7
- 4: natrag 10, približi 6
- 5: natrag 10, približi 5
- 6: natrag 10, približi 4
- 7: natrag 10, približi 3
- 8: natrag 10, približi 2
- 9: natrag 10, približi 1
- 6: natrag 10, približi 5, vrati 1
- 7: natrag 10, približi 5, vrati 2
- 8: natrag 10, približi 5, vrati 3
- 9: natrag 10, približi 5, vrati 4.

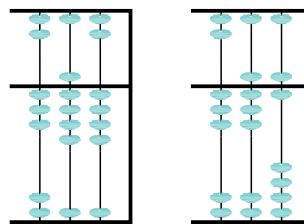
Izračunat ćemo $88.4 - 49.8$. Sad će nam drugi stupac zdesna biti stupac jedinica, a prvi desetinki. Nakon što smo prikazali 88.4 (sl. 1), oduzimamo 4 u trećem stupcu zdesna: vrati 5, približi 1 (sl. 2). Zatim u drugom stupcu 9: natrag 10, približi 1 (sl. 3) i na kraju 8: natrag 10, približi 5, vrati 3 (sl. 4). Rezultat je 38.6.

Čini li vam se zbrajanje i oduzimanje nespretno i komplicirano? Moram vam reći da su postupci za množenje i dijeljenje, a pogotovo za korjenovanje, znatno složeniji. Ipak, množimo li ili dijelimo neki broj jednoznačnim brojem, postupak je nešto jednostavniji, pa ću stoga opisati samo takve slučajeve.



sl.1.

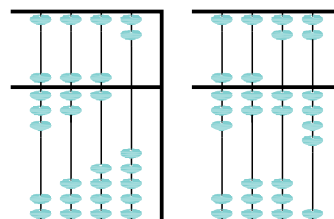
sl.2.



sl.3.

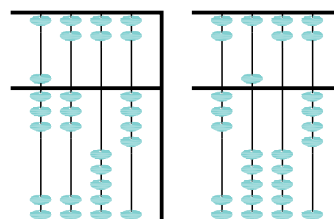
sl.4.

Za množenje treba dobro poznavati pravila za zbrajanje i tablicu množenja. Broj koji želimo pomnožiti jednoznačnim brojem prikazujemo tako da posljednji stupac ostavimo praznim, jer se u njega unosi zadnja znamenka rezultata. Za razliku od zbrajanja i oduzimanja, množi se zdesna nalijevo. Pogledajmo odmah na primjeru $876 \cdot 4$. Prvo prikazujemo 876 (sl. 1). Zadnji je stupac prazan, a 4 se ne prikazuje, nego pamti. Množimo $4 \cdot 6 = 24$. Poništavamo 6 u predzadnjem stupcu, u zadnji unosimo 4, a u predzadnji 2 (sl. 2). Zatim $4 \cdot 7 = 28$, poništavamo 7. Drugom stupcu s desne strane treba dodati 8. Pravilo za zbrajanje kaže: vrati 2, 10 dalje. Nakon toga prethodnom stupcu dodajemo još 2 (sl. 3). Na kraju $8 \cdot 4 = 32$. Poništavamo 8, u treći stupac zdesna unosimo 2 (približi 5, vrati 3), a u četvrti 3. Dobili smo 3504 (sl. 4).



sl.1.

sl.2.



sl.3.

sl.4.

Za dijeljenje nekog broja jednoznamenkastim koriste se ova, relativno jednostavna pravila:

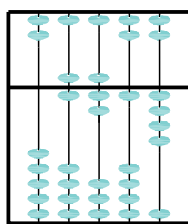
- 1: $1 : 1 = 1\text{L}$ (lijevo); $2 : 1 = 2\text{L}$; $3 : 1 = 3\text{L}$; ...; $9 : 1 = 9\text{L}$
- 2: $1 : 2 = 5$; $2 : 2 = 1\text{L}$; $4 : 2 = 2\text{L}$; $6 : 2 = 3\text{L}$; $8 : 2 = 4\text{L}$
- 3: $1 : 3 = 3,1\text{D}$ (desno); $2 : 3 = 6,2\text{D}$; $3 : 3 = 1\text{L}$; $6 : 3 = 2\text{L}$; $9 : 3 = 3\text{L}$
- 4: $1 : 4 = 2,2\text{D}$; $2 : 4 = 5$; $3 : 4 = 7,2\text{D}$; $4 : 4 = 1\text{L}$; $8 : 4 = 2\text{L}$
- 5: $1 : 5 = 2$; $2 : 5 = 4$; $3 : 5 = 6$; $4 : 5 = 8$; $5 : 5 = 1\text{L}$
- 6: $1 : 6 = 1,4\text{D}$; $2 : 6 = 3,2\text{D}$; $3 : 6 = 5$; $4 : 6 = 4,4\text{D}$; $5 : 6 = 8,2\text{D}$; $6 : 6 = 1\text{L}$
- 7: $1 : 7 = 1,3\text{D}$; $2 : 7 = 2,6\text{D}$; $3 : 7 = 4,2\text{D}$; $4 : 7 = 5,5\text{D}$; $5 : 7 = 7,1\text{D}$; $6 : 7 = 8,4\text{D}$; $7 : 7 = 1\text{L}$
- 8: $1 : 8 = 1,2\text{D}$; $2 : 8 = 2,4\text{D}$; $3 : 8 = 3,6\text{D}$; $4 : 8 = 5$; $5 : 8 = 6,2\text{D}$; $6 : 8 = 7,4\text{D}$; $7 : 8 = 8,6\text{D}$; $8 : 8 = 1\text{L}$
- 9: $1 : 9 = 1,1\text{D}$; $2 : 9 = 2,2\text{D}$; $3 : 9 = 3,3\text{D}$; ...; $8 : 9 = 8,8\text{D}$; $9 : 9 = 1\text{L}$

Evo objašnjenja! Znamenka jedinica kvocijenta je za jedno mjesto lijevo od znamenke jedinica dividenda. Tako npr. $3 : 4 = 7,2\text{D}$ znači da u danom stupcu umjesto 3 unosimo 7, a dva dodajemo desnom stupcu. To je zato jer je $3 : 4 = 0.7$ i ostatak je 2. Dividend se prikazuje na lijevoj strani (kako bismo imali dovoljno mjesta za eventualne decimale), no korisno je prvi stupac ostaviti prazan, jer ako npr. broj koji počinje sa 6 dijelimo sa 3, imamo $6 : 3 = 2\text{L}$, što znači da treba podići dvije donje kuglice u lijevom stupcu.

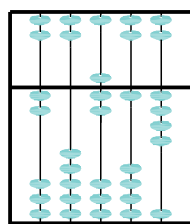
Izračunajmo $6714 : 3$. Najprije prikažemo 6714 (sl. 1), a zatim dijelimo $6 : 3 = 2\text{L}$ (sl. 2). $7 : 3$ nema, pa umjesto toga uzimamo $6 : 3 = 2\text{L}$ i $1 : 3 = 3,1\text{D}$ (sl. 3). Sada na mjestu desetica umjesto 1 imamo 2, a $2 : 3 = 6,2\text{D}$ (sl. 4). I na kraju, ostalo je $6 : 3 = 2\text{L}$. Očitamo rezultat 2238 (sl. 5).

Postoji i čitav niz skraćenih postupaka koji ubrzavaju račun. Tako npr. umjesto množenja nekog broja sa 125 može mu se dodati tri nule i zatim ga podijeliti sa 8; umjesto dijeljenja sa 25, može se odvojiti dva decimalna mjesta zadanog broja i zatim ga pomnožiti sa 4 itd. Domišljato, zar ne?

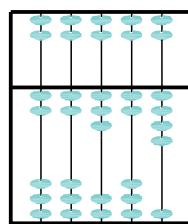
Eto toliko o abaku, spravi koja je dio prošlosti i sadašnjosti najmnogoljudnije zemlje na svijetu, zemlje koja nema prvo mjesto samo po tom kriteriju. Kinezi su prvi pronašli proizvodnju papira, kompas, tisak pomoću pomičnih znakova (mnogo prije Gutenberga), špagete, mehanički sat, viseći most, cijepljenje protiv boginja, seizmograf itd. Ne smije se zaboraviti na ostvarenja kineskog graditeljstva, jer Kineski je zid jedina tvorevina izgrađena ljudskom rukom koja se s Mjeseca može vidjeti golim okom. Nekad zatvorena, Kina se danas sve više otvara svijetu i prihvaća zapadnjačku kulturu, no istovremeno ostaje vjerna svojoj tradiciji, a njoj svakako pripada i abak. Ako i vi kojim slučajem posjedujete abak, pokušajte računati na njemu, poigrajte se malo s njim i uvjerit ćete se, kao što je rekao naš nedavni gost, slavni brazilski pisac Paulo Coelho, u svom "Alkemičaru", "jednostavne su stvari najizvanrednije".



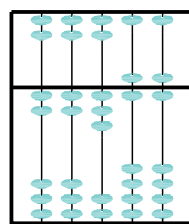
sl.1.



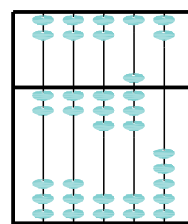
sl.2.



sl.3.



sl.4.



sl.5.