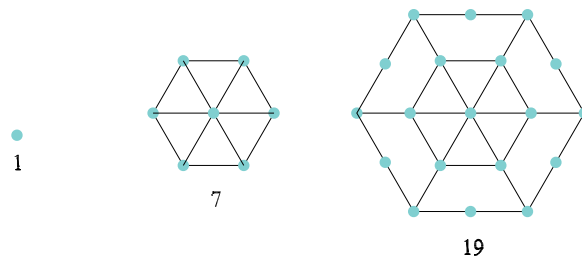


HEKSAGONALNI BROJEVI

Heksagonalni brojevi su brojevi 1, 7, 19, 37, 61, ... Zorno ih možemo prikazati na sljedeći način:



Opći član niza heksagonalnih brojeva zadan je jednačbom $a_n = 3n^2 - 3n + 1$.

Kako odrediti zbroj prvih n heksagonalnih brojeva?

Uočimo da je

$$3n^2 - 3n + 1 = n^3 - (n-1)^3.$$

Zapišimo niz jednakosti koje dobijemo uzastopnim uvrštavanjem brojeva 1, 2, 3, ... :

$$n = 1 \quad 1^3 - 0^3 = 1$$

$$n = 2 \quad 2^3 - 1^3 = 7$$

$$n = 3 \quad 3^3 - 2^3 = 19$$

.....

$$n = k-1 \quad (k-1)^3 - (k-2)^3 = a_{k-1}$$

$$n = k \quad k^3 - (k-1)^3 = a_k.$$

Zbrojimo li ovaj niz jednakosti, dobit ćemo:

$$1 + 7 + 19 + \dots + a_{k-1} + a_k = k^3.$$

Kako ovaj račun možemo tumačiti geometrijski? Odgovor je u sljedećim sličicama:

