Kakuro, igra
ili složeni problem u teoriji kompleksnosti

Zanimljiva

Sanja Sruk, *Zagreb*

1. Što je kakuro?

U mnoštvu tzv. matematičkih i logičkih igara kakuro po svojoj popularnosti zauzima visoko drugo mjesto, odmah iza sudoku slagalica. Kakuro je svojevrsna matematička križaljka. Kao i obične križaljke, i ona se sastoji od crnih i bijelih polja, a cilj je ispuniti bijela polja prema zadanim uvjetima. Crna su polja podijeljena dijagonalom na dva dijela: u gornjem desnom dijelu zadan je broj kojeg treba rastaviti na određeni broj pribrojnika u retku, a u donjem lijevom u stupcu. Pribrojnici smiju biti brojevi od 1 do 9 i ne smiju se ponavljati. Tako npr. 6 možemo zapisati kao $1+5$, $2+4$ ili $1+2+3$, ali ne kao $3+3$.

Za razliku od sudoku slagalica koje se temelje na permutacijama, za kakuro su bitne kombinacije. Može se rješavati i pomoću matrica. Na internetu ima dosta programa za matrično rješavanje, a jedan takav nalazi se na `http://cs.calstatela.edu/wiki/index.php/Courses/CS_460/Fall_2006/Patel,_Snehal/Kakuro`

2. Kada, gdje, zašto?

Kakuro ima vrlo sličnu povijest kao i sudoku. Prvi koji je objavio kakuro bio je *Dell Magazine* davne 1966. (dok je prvi sudoku objavljen u istom časopisu 13 godina kasnije) pod nazivom *Cross Sums*, a pravi je bum baš kao i sudoku doživio tek nakon što ga je izdavačka kuća *Nikoli* uvela 1980. godine u Japanu. Tamo dobiva naziv *Kasan Kurosu*, što je kombinacija japanske riječi za zbrajanje i japanskog izgovora engleske riječi „cross“. Šest godina kasnije naziv je skraćen u *Kakuro*. U to je doba kakuro bio popularniji od sudoku slagalica, a *Nikoli* je prodao preko milijun knjiga o njima. Prodor na zapad doživljava nakon što *The Guardian* i *Daily Mail* 2005. započinju s njihovim dnevnim objavljivanjem.

3. Kako riješiti kakuro?

Dok za sudoku nisu potrebna baš nikakva matematička znanja, za kakuro su ona neophodna. Doduše, dovoljno je znati zbrajati. Kakuro slagalice mogu biti različitih dimenzija i težina. Veće su obično i teže, jer su redci i stupci duži, pa postoji više mogućih kombinacija za njihovo ispunjavanje.

Strategije rješavanja su različite. Najčešće se predlaže prvo ispuniti kraće retke/ stupce ili one za koje postoji jedinstvena kombinacija pribrojnika. Evo koji su rastavi jedinstveni:

3 u 2 polja: $1+2$
4 u 2: $1+3$
16 u 2: $7+9$
17 u 2: $8+9$
6 u 3: $1+2+3$
7 u 3: $1+2+4$
23 u 3: $6+8+9$

24 u 3: 7+ 8+ 9
10 u 4: 1+ 2+ 3+ 4
11 u 4: 1+ 2+ 3+ 5
29 u 4: 5+ 7+ 8+ 9
30 u 4: 6+ 7+ 8+ 9
15 u 5: 1+ 2+ 3+ 4+ 5
16 u 5: 1+ 2+ 3+ 4+ 6
34 u 5: 4+ 6+ 7+ 8+ 9
35 u 5: 5+ 6+ 7+ 8+ 9
21 u 6: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6
22 u 6: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 7
38 u 6: 3+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
39 u 6: 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
28 u 7: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7
29 u 7: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 8
41 u 7: 2+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
42 u 7: 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
36 u 8: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8
37 u 8: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 9
38 u 8: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 8+ 9
39 u 8: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 7+ 8+ 9
40 u 8: 1+ 2+ 3+ 4+ 6+ 7+ 8+ 9
41 u 8: 1+ 2+ 3+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
42 u 8: 1+ 2+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
43 u 8: 1+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
44 u 8: 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9
45 u 9: 1+ 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+ 9.

Naravno, za većinu rastava postoji više od jedne kombinacije, npr. 25 u 5: $1+2+5+8+9$, $1+2+6+7+9$, $1+3+4+8+9$, $1+3+5+7+9$, $1+4+5+6+9$, $1+4+5+7+8$, $2+3+4+7+9$, $2+3+5+6+9$, $2+3+5+7+8$, $2+4+5+6+8$, $3+4+5+6+7$. Potpune tablice svih kombinacija nisu neophodne (baš kao ni navedeni jedinstveni rastavi), ali mogu se pronaći npr. na `http://www.kevinpluck.net/kakuro/KakuroCombinations.html`.

4. Kakuro, računala i teorija kompleksnosti

Kakuro je našao svoje mjesto i u računalnim znanostima, točnije u teoriji kompleksnosti koja je dio teorije računanja. Teorija računanja bavi se načinima na koje se problemi mogu efektivno riješiti uporabom računala. Teorija kompleksnosti razmatra aspekte kompleksnosti vremena i prostora (memorije) prilikom rješavanja problema. Problemi koji se mogu *riješiti* u polinomijalnom vremenu (tj. funkcija vremena je polinom) su klase P, a oni koji se mogu *provjeriti* u polinomijalnom vremenu su klase NP (nedeterministički polinomijalni). Računalni stručnjaci nisu sigurni mogu li se NP problemi i riješiti, a ne samo provjeriti u polinomijalnom vremenu, tj. otvoreno je pitanje vrijedi li P=NP i *Clay Mathematics Institute* iz Cambridgea je ponudio nagradu od 1 000 000 $ onome tko uspije dokazati ili pak opovrgnuti tu jednakost.

Najteži problemi u klasi NP nazivaju se NP-potpuni problemi i oni su jedini za koje možda ne vrijedi P=NP. Kakuro je očito NP problem, jer se rješenje može lako provjeriti, ali može potrajati dok se problem ne riješi, budući da vrijeme može rasti eksponencijalno (potrebno je najviše 9^D koraka, pri čemu je D broj bijelih polja). Da je NP-potpuni dokazao je pomoću teorije grafova Japanac Seta Takahiro u svom radu *The complexities of puzzles, cross sums and their another solution problems (ASP)* 2002. godine.

Poznato je više od 3 000 NP-potpunih problema iz raznih područja matematike (teorija grafova, skupovi, matematička logika, algebra, teorija brojeva...), računalnih znanosti, ekonomije, igara, itd. Jedan od najpoznatijih je svakako *problem trgovačkog putnika* ili *travelling salesman problem* (TSP) koji glasi ovako: Ako je poznat broj gradova i troškovi (ili vrijeme) putovanja iz grada u grad, koji je najjeftiniji (najbrži) put kojim će trgovački putnik posjetiti svaki grad točno jednom i vratiti se na početak? Iako se više od pola stoljeća matematičari, računalni stručnjaci i drugi bave ovim problemom, do danas nije pronađen algoritam za njegovo efikasno rješenje i ne zna se postoji li uopće.

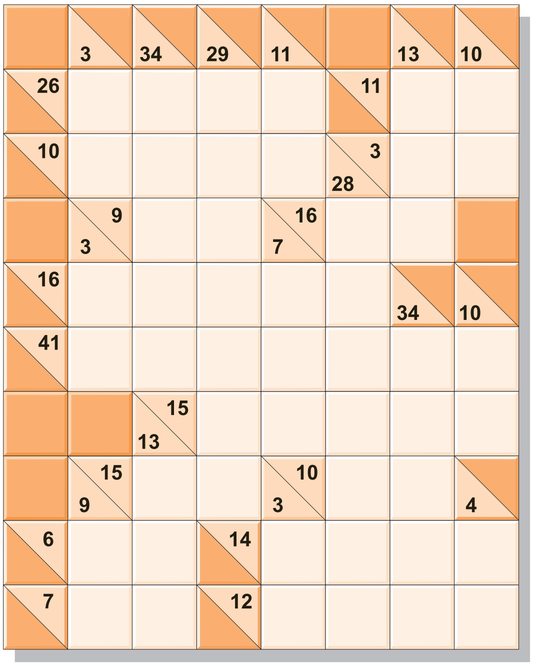
5. Jedan kakuro za kraj

Osim u novinama, kakuro dakako možete rješavati i na računalu. Primjerice na

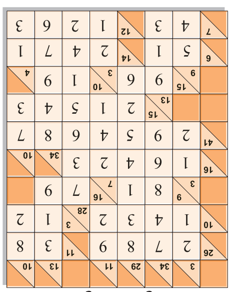
`www.kakuro.com`

se svakodnevno nudi po jedan besplatni kakuro, a rješavanje je olakšano time što se za svaki broj kojeg treba rastaviti na pribrojnike prikažu sve moguće kombinacije. Rješavate li kakuro ručno, morate sami razmišljati o kombinacijama, no to može biti veći izazov.

I za kraj evo jedan kakuro s navedene internetske adrese:



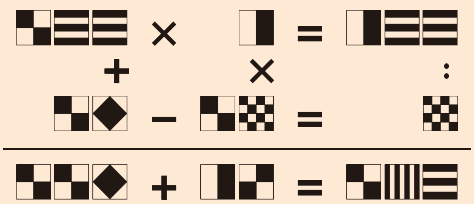
* * *



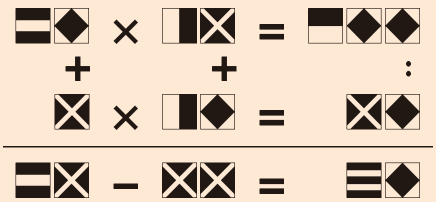
Rješenje:

Zamijenite simbol odgovarajućom znamenkom!

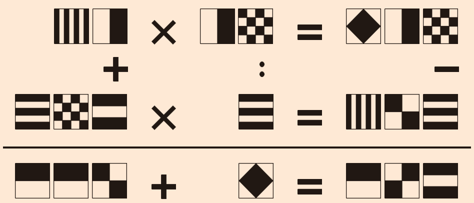
1.



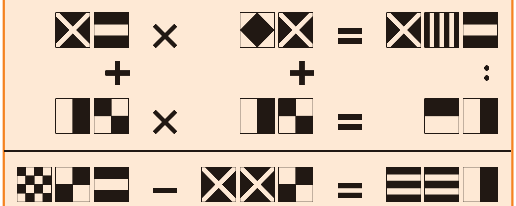
2.



3.



4.



5.