

Nacionalni matematički kurikulum za obavezno obrazovanje — europska iskustva i trendovi

Aleksandra Čižmešija, Zagreb

Nova školska godina donijela je i neke novosti u hrvatski obrazovni sustav. Jedna od njih svakako je novi Nastavni plan i program za osnovnu školu, u skladu s kojim od ove jeseni uče svi naši osnovnoškolci. Naravno, nama matematičarima najzanimljivije su inovacije koje je taj dokument unio u osnovno matematičko obrazovanje. Već površnim pogledom na materijal, možemo uočiti da promjene postoje barem u načinu prezentacije nastavnih sadržaja. Kao prvo, nestala je podjela matematike u dva obrazovna ciklusa, niže i više razrede osnovne škole, već se osnovnoškolska matematika sagledava kao jedinstveni niz od 8 razreda. Nadalje, umjesto dosadašnjih 5 do 8 nastavnih cjelina po razredu (točno 6 u svakom od viših razreda), gradivo za pojedini razred sada je razdijeljeno u 20 do 30 tema, a načinom na koji su poredane jasno je sugeriran redoslijed njihove obrade. Uz naziv svake teme naznačeni su ključni pojmovi koje je potrebno obraditi i obrazovna postignuća za učenike, koja se uglavnom odnose na ovladavanje određenim matematičkim postupcima (algoritmima). Svima najuočljiviji rezultat reforme gubitak je 140 nastavnih sati matematike u nižim razredima osnovne škole, ali i uvođenje statistike i vjerojatnosti u 7. razred, te institucionaliziranje tzv. standardiziranoga džepnog računalu u 5. razredu (jedna od tema!). Ostalo je, barem što se nastavnih sadržaja tiče, uglavnom slično dosadašnjoj praksi.

Uvidom u novi plan i program osnovnoškolske matematike, mnogima nam se prirodno nameće pitanje o njegovoj usklađenosti sa suvremenom europskom i svjetskom obrazovnom praksom. Nažalost, odgovor nije baš ohrabrujući. Rezultati komparativne analize nacionalnih matematičkih kurikuluma 11 europskih zemalja ukazuju na upravo suprotne trendove u temeljnim dokumentima za obavezno matematičko obrazovanje.

No, krenimo redom. Tijekom 2005. i 2006. godine, u sklopu jednog šireg znanstveno-istraživačkog projekta* i u multidisciplinarnom timu s dvadesetak znanstvenika, sudjelovala sam u analizi okvirnih nacionalnih kurikulumskih dokumenata za obavezno obrazovanje sljedećih europskih država i pokrajina: Austrije, Finske, Irske, Mađarske, Nizozemske, Norveške, Njemačke (Nordrhein – Westfalen), Slovenije, Švedske i Velike Britanije (Engleska, Škotska). Moj se istraživački zadatak odnosio na dijelove dokumenata posvećene nastavi matematike. Uočimo da su istraživanjem bile obuhvaćene europske zemlje razvijenih i dokazano uspješnih obrazovnih sustava (skandinavske i anglosaksonske zemlje), zemlje čiji su obrazovni sustavi dosad značajno utjecali na hrvatski sustav odgoja i obrazovanja (Njemačka, Austrija), kao i nama susjedne tranzicijske zemlje slične obrazovne tradicije (Slovenija, Mađarska). Cilj je bio upoznati karakteristike nacionalnih kurikuluma navedenih zemalja, uočiti njihove sličnosti

* Projekt MZOŠ 0100500 *Evaluacija nastavnih programa i razvoj modela kurikuluma za obavezno obrazovanje*, Centar za istraživanje i razvoj obrazovanja, Institut za društvena istraživanja, Zagreb (voditeljica projekta: dr. sc. Branislava Baranović)

i zajedničke elemente, kao i njihove specifičnosti, te utvrditi u kojoj mjeri korespondiraju trenutnoj hrvatskoj praksi ili, eventualno, od nje odudaraju.

Mišljenja sam da recentna europska iskustva svakako mogu pomoći u izgradnji hrvatskog nacionalnog kurikulumu, kao i doprinijeti uočavanju potencijalnih slabosti u organizaciji nastave u našim osnovnim školama te njihovom otklanjanju.

Rezultati provedene analize nedavno su prosvjetnoj javnosti predstavljeni na znanstvenom skupu pod nazivom *Europska iskustva i nacionalni kurikulum za obavezno obrazovanje u Hrvatskoj*, koji je okupio više od 150 sudionika iz cijele Hrvatske. Među njima su bili znanstvenici i sveučilišni nastavnici čije je područje istraživanja vezano uz odgoj i obrazovanje, posebno predmetni metodičari, savjetnici iz Agencije za odgoj i obrazovanje, nastavnici iz osnovnih i srednjih škola, te predstavnici udruga civilnog društva.

Što je pokazala analiza matematičkih kurikuluma? Iako se navedene zemlje razlikuju po duljini trajanja obaveznog obrazovanja (uglavnom traje barem 9 godina) te načinom njegove podjele u obrazovne cikluse (na barem dva ciklusa), u svima je matematika temeljni i zasebni nastavni predmet, odnosno kurikulumsko područje, obavezan za sve učenike. Kako smo i očekivali, naziv predmeta, preveden na hrvatski jezik, uglavnom je Matematika. Iznimku predstavljaju Nizozemska, gdje u primarnom obrazovanju (djeca od 5 do 12 godina starosti) predmet nosi naziv Aritmetika/ Matematika, te Škotska i Irska (*Junior Cycle* – djeca od 12 do 15 godina), gdje učenici matematiku uče pod nazivom Matematika i primjene. Važno je napomenuti da se matematički sadržaji uglavnom uče i poučavaju u jedinstvenom predmetu, uz izuzetak Austrije, gdje u završnim razredima drugog obrazovnog ciklusa (*HS – Hauptschule*, 3. i 4. razred; *AHS – Realgymnasium*, 4. razred) uz matematiku postoji i obavezni predmet Geometrijsko crtanje.

Za razliku od hrvatske prakse, u nekima od zemalja prisutna je i vanjska diferencijacija nastave matematike u završnom obrazovnom ciklusu nižeg srednjeg obrazovanja (uglavnom učenici stariji od 14 godina). Primjerice, u Nizozemskoj se matematika može učiti na 4 razine (Matematika A 1, Matematika A 1 i 2, Matematika B 1, te Matematika B 1 i 2, pri čemu je razina B zahtjevnija od razine A), u Irskoj na 3 razine (*Junior Cycle* – napredna, prosječna i osnovna razina), a u Engleskoj na dvije različite razine (napredna i osnovna), pri čemu se učenici diferenciraju u skladu s matematičkim postignućima u prethodnim obrazovnim ciklusima. Očekivano, matematički kurikulumi dani su odvojeno za svaku razinu. Poseban su slučaj Austrija i Njemačka, u kojima se nakon završenog primarnog obrazovanja (4. razred) diferenciraju čitavi obrazovni programi (*Hauptschule*, *Gymnasium* i dr.). Kurioziteta radi, ovdje ipak moram napomenuti da, unatoč detaljnom čitanju austrijskih matematičkih kurikuluma za različite programe nižeg srednjeg obrazovanja, u njima nisam uspjela primijetiti ni najmanju razliku.

Zajedno s nastavom materinskog i jednog stranog jezika, matematika tvori jezgru svakog od proučavanih nacionalnih kurikuluma, što je u dokumentima uglavnom jasno i naznačeno. Kao primjer, istaknimo da u Engleskoj i Švedskoj matematika ima status središnjeg predmeta. Temeljne matematičke kompetencije, tzv. matematička ili numerička pismenost (*numeracy*), koja se očituje u ovladavanju osnovnim matematičkim principima i osposobljavanju za njihovu primjenu u svakodnevnom životu, u većini su kurikuluma prepoznate i među glavnim općim ciljevima obaveznog obrazovanja. U tome najviše odskaače Engleska, u kojoj je donesena i nacionalna strategija za podizanje razine numeričke pismenosti učenika osnovne škole (*National numeracy strategy*). Ta strategija uključuje i snažnu preporuku o najmanje 30 minuta nastave matematike svakog školskog dana. Za razliku od toga, među općim zadaćama hrvatske osnovne škole nalazimo poučavanje i osposobljavanje učenika za življenje prema naj-

suvremenijim spoznajama iz matematičkoga područja, što ipak ne možemo smatrati analognim prethodno navedenome.

Najznačajnija zajednička karakteristika svih analiziranih kurikuluma, a ujedno i najznačajniji svjetski obrazovni trend, svakako je orijentiranost učeničkim odgojno-obrazovnim postignućima ili kompetencijama, koja se iskazuju u obliku usvojenih znanja i razumijevanja matematičkih koncepata, matematičkih umijeća (vještina), te vrijednosti za koje očekujemo da će ih do kraja pojedinog obrazovnog ciklusa ili cijelog obaveznog obrazovanja postići svi učenici. Takvim se pristupom stvaraju pretpostavke za kvalitetno obrazovanje za svu djecu.

Većina kurikuluma u uvodnom dijelu navodi opće ciljeve nastave matematike, tj. pojašnjava kako ovaj predmet doprinosi ispunjenju zajedničkih kurikulumskih ciljeva odgoja i obrazovanja, te daje razloge za učenje i poučavanje matematike s ciljem zadovoljenja različitih društvenih i građanskih potreba. Među općim ciljevima, u većem se broju kurikuluma ističe da nastava matematike učenicima treba omogućiti:

- razvoj pozitivnog stava prema matematici i interesa za nju, te samopouzdanja u vlastiti matematički potencijal,
- prihvaćanje matematike kao smislene aktivnosti i njezine primjene kao korisnog alata u raznim situacijama,
- uvid u povijest matematike i razvoj razumijevanja za njezinu važnu ulogu u različitim kulturama i djelatnostima,
- razvoj vještina i sposobnosti logičkog mišljenja, zaključivanja i generaliziranja, te matematičke argumentacije,
- razvoj svijesti o vrijednosti matematičkog jezika i vještina usmenog i pisanog komuniciranja sadržaja i ideja u kojima je prirodno koristiti matematički jezik i simbole,
- razvoj vještina i sposobnosti postavljanja, formuliranja i rješavanja problema uz po-

moć matematike, te interpretiranja, uspoređivanja i vrednovanja rješenja u odnosu na izvornu problemsku situaciju,

- razvoj vještina i sposobnosti upotrebe jednostavnih matematičkih modela te kritičkog pristupa pretpostavkama, ograničenjima i primjeni tih modela,
- razvoj vještina racionalnog i efikasnog korištenja tehnologije (informacijsko – komunikacijska tehnologija i ostali prikladni alati).

Drugim riječima, kurikulumi najprije definiraju opće matematičke kompetencije koje bi učenici trebali postići do kraja pojedinog obrazovnog ciklusa ili cijelog obaveznog obrazovanja. Primjerice, u finskom kurikulumu one su dane pod nazivom Vještine i metode mišljenja, dok su u norveškome nazvane Matematika u svakodnevnom životu. Prema njemačkim nacionalnim standardima, učeničke matematičke kompetencije na kraju obaveznog obrazovanja, tj. 10. razreda, mogu se podijeliti u sljedeće kategorije: matematička argumentacija, rješavanje problema i modeliranje uz pomoć matematike, korištenje matematičkog načina reprezentiranja problema i podataka, baratanje formalnim, simboličkim i tehničkim matematičkim elementima, te komuniciranje. Tome, naravno, treba dodati i pozitivan osobni odnos prema matematici. Bitno je uočiti da se opći ciljevi europskih matematičkih kurikuluma ponešto razlikuju od onih u hrvatskom, iako ima i sličnosti. Najvažnija je razlika u potpunom izostajanju afektivne dimenzije u hrvatskom nastavnom planu i programu matematike, prve na gornjem popisu, te orijentacija prvenstveno na kognitivnu i, do neke mjere, socijalnu dimenziju nastave matematike.

Osim općih ciljeva, europski matematički kurikulumi definiraju i specifične ciljeve, također jasno iskazane u terminima učeničkih odgojno-obrazovnih postignuća (*attainment targets* – znanja i razumijevanje, umijeća, sposobnosti i vrijednosti) za koja se očekuje da će ih učenici moći demonstrirati na kraju pojedinog obrazovnog ciklusa. Važno je istaknuti

da su ta postignuća mahom iskazana na razini obrazovnih ciklusa (a tek ponegdje dodatno i na razini svakog razreda), i to na različite načine – kao minimalni standardi znanja, vještina i sposobnosti koje učenici trebaju pokazati na kraju pojedinog ciklusa, nužni za uspješan nastavak školovanja (npr. Švedska, Nizozemska, Slovenija) ili oni poželjni (npr. u Finskoj za ocjenu 8 na skali od 1 do 10, pri čemu je 5 najmanja prolazna ocjena). Oni pružaju okvir za planiranje i organizaciju nastave te polazišnu točku za praćenje učeničkog razvoja i napretka, te formativno i sumativno vrednovanje (ocjenjivanje).

U svim su kurikulumima, osim hrvatskog, specifični ciljevi podijeljeni u nekoliko područja. Zajednička za sve matematičke kurikule sljedeća su područja: Brojevi i računanje, Algebra, Prostor i oblik (Geometrija), Veličine i mjerenje, Podaci, Stohastika (Vjerojatnost i statistika), te Funkcije. Za hrvatsku praksu bitno je naglasiti da se područja Podaci (ili Baratanje podacima), te Stohastika definiraju u svim obrazovnim ciklusima i napredak učenika u njima prati se tijekom cijelog obaveznog školovanja, od njegovog samog početka. Kako je na početku ovog teksta već navedeno, nasuprot tome, u hrvatskom se nastavnom planu i programu teme Prikazivanje i analiza podataka, te Vjerojatnost slučajnoga događaja obrađuju samo u 7. razredu, i to samo kao dvije od ukupno 30 tema. Također, područje Funkcije nije, kao u nas, ograničeno isključivo na afine i kvadratne funkcije, već uključuje i općenitije koncepte. Napomenimo i da se u području Brojevi i računanje od učenika očekuje da ovladaju misaonim računom (tj. računanjem napamet, uključujući i procjenjivanje rezultata), postupcima pisanog računa (račun olovkom na papiru), kao i računanjem uz pomoć tehnologije. U analizi je uočeno da niti jedan matematički kurikulum ne standardizira oblik i funkcije džepnih računala kojima se u nastavi imaju služiti učenici.

Istaknimo da neki matematički kurikulumi (npr. Njemačka, Nizozemska, Švedska) uopće ne specificiraju nastavne sadržaje koji bi

se trebali poučavati, već se zadržavaju samo na određenju očekivanih učeničkih postignuća. U ostalima su sadržaji dani okvirno i ne suviše detaljno, nasuprot rješenjima kojima je pribjegao hrvatski matematički kurikulum.

Potrebno je naglasiti da ni u jednom analiziranom kurikulumu ne postoji eksplicitan popis matematičkih pojmova koje učenici trebaju usvojiti, kao ni nastavni sadržaji organizirani u specijalizirane tematske jedinice pripremljene za neposrednu primjenu u školskim operativnim programima. Nasuprot tome, svih 11 nacionalnih kurikuluma daju samo okvir i smjernice za učenje i poučavanje matematike, a svojom fleksibilnošću potiču autonomiju, ali i odgovornost lokalne zajednice pri njihovoj implementaciji i konkretizaciji na razini školskih planova i programa. Nacionalni kurikulumi ne specificiraju školsku organizaciju nastave matematike, redoslijed obrade nastavnih sadržaja, kao ni metode učenja i poučavanja pojedinog sadržaja. U njima je jasno naglašen odmak od detaljne prezentacije strukturiranih nastavnih sadržaja (nastavne cjeline i jedinice), direktno primjenjivih za poučavanje. Već i sama činjenica da nizozemski nacionalni matematički kurikulum za primarno obrazovanje ima samo dvije stranice, švedski za svih 9 godina obaveznog matematičkog obrazovanja 4 stranice, a finski njih 9, upućuje na zaključak da se nacionalni kurikulumi navedenih zemalja prilično razlikuju od našeg nastavnog plana i programa. Hrvatski nastavni program za matematiku upravo je suprotan navedenome. Uz to što je dominantno sadržajno orijentiran, tj. donosi listu i poredak nastavnih sadržaja, velikim brojem specijaliziranih nastavnih tema (čak do 30 po razredu) nameće krutu i gotovo jednoznačnu organizacijsku shemu nastave matematike.

Na kraju napomenimo da je važno mjesto razlikovanja europskih nacionalnih kurikuluma nastaje pri određenju vremena predviđenog za nastavu matematike. Pri tome u europskoj praksi razlikujemo nekoliko modela. U prvoj je skupini zemalja (Slovenija, Mađarska, Austrija, Hrvatska) na nacionalnoj razini defi-

niran broj nastavnih sati matematike za svaki razred obaveznog obrazovanja. U ovom pristupu prednjači Slovenija, gdje je okvirni broj nastavnih sati dan još detaljnije od godišnjeg plana, točnije, na razini obrade pojedinog tematskog područja u svakom razredu. Prema drugom modelu, na nacionalnoj je razini određeno samo minimalno vrijeme za nastavu matematike za pojedini obrazovni ciklus, uz autonomiju škola pri izradi godišnje distribucije. To je vrijeme izraženo u nastavnim ili vremenskim satima (Engleska i Irska – primarno obrazovanje, Finska, Norveška, Nizozemska i Škotska – niže sekundarno obrazovanje) ili u postocima (Engleska i Irska – niže sekundarno obrazovanje, Škotska – primarno obrazovanje). Još je fleksibilniji švedski model, po kojem je na državnoj razini određen samo ukupni minimalni broj sati matematike za cijelo obavezno obrazovanje. Najveća autonomija postoji u Nizozemskoj (primarno obrazovanje), gdje su škole slobodne same odrediti koliko će vremena odvojiti za nastavu matematike, uz uvjet da su u skladu s postavljanim kurikulumskim ciljevima. Konačno, u njemačkim nacionalnim standardima za nastavu matematike, kao ni u matematičkom kurikulumu za pokrajinu Nordrhein – Westfalen, alokacija vremena nije naznačena. Ipak, detaljnija analiza pokazala je da se udio nastave matematike u ukupnom školskom vremenu kreće od 14% (Finska, Švedska, Norveška) do 17% (Slovenija). Točnije, broj 45-minutnih nastavnih sati matematike za cijelo obavezno obrazovanje iznosi, primjerice, 1216 u Finskoj, 1200 u Švedskoj, 1387 u Norveškoj, 1036 u Mađarskoj, te 1318 u Sloveniji. U obzir svakako treba uzeti i duljinu trajanja obaveznog školovanja u pojedinoj zemlji (8 godina u Mađarskoj, 9 u Finskoj, Švedskoj i Sloveniji, te 10 u Norveškoj). Za usporedbu, u Hrvatskoj je za matematiku predviđeno ukupno 1120 nastavnih sati u 8 godina osnovnog školovanja (18% obaveznog programa).

cizmesij@math.hr

Zamijenite simbol odgovarajućom znamenkom!

1.

$$\begin{array}{rcl} \text{■} & \times & \text{■} \blacklozenge = \text{■} \text{■} \text{■} \\ + & & + \\ \blacklozenge & - & \text{■} = \text{■} \end{array}$$

$$\text{■} + \text{■} \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■}$$

2.

$$\begin{array}{rcl} \blacklozenge \text{■} \text{■} \text{■} & \times & \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■} \\ + & & \times \\ \text{■} \text{■} \text{■} & - & \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \end{array}$$

$$\text{■} \text{■} \text{■} + \text{■} \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■}$$

3.

$$\begin{array}{rcl} \text{■} & \times & \text{■} \text{■} \blacklozenge = \text{■} \text{■} \blacklozenge \\ + & & : \\ \text{■} \text{■} \text{■} & \times & \text{■} \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■} \end{array}$$

$$\text{■} \text{■} \text{■} + \text{■} \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■}$$

4.

$$\begin{array}{rcl} \text{■} & \times & \blacklozenge \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■} \\ + & & + \\ \blacklozenge \text{■} & \times & \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■} \end{array}$$

$$\blacklozenge \text{■} - \blacklozenge \text{■} \text{■} = \text{■}$$

5.

$$\begin{array}{rcl} \text{■} \text{■} \text{■} & \times & \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■} \\ \times & & \times \\ \text{■} & + & \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \end{array}$$

$$\text{■} \text{■} \text{■} - \text{■} \text{■} = \text{■} \text{■} \text{■}$$