

# GeoGebra

## Prvi softver dinamične geometrije na hrvatskom jeziku

Šime Šuljić, Pazin

*Čeka nas svijet u kojem će sav softver biti slobodan i dostupan poput matematike, fizike ili filozofije, u kojem će društva prepoznati punu tehnološku i gospodarsku vrijednost slobode misli... Mislim da je budućnost slobodnog softvera u Hrvatskoj, kao i u drugim tranzicijskim zemljama, da on postane sredstvo socijalnog i tehnološkog razvitka...*

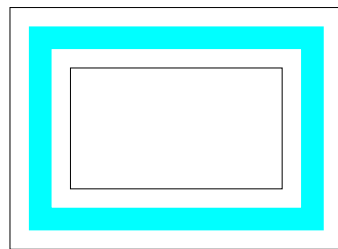
Eben Moglen, profesor prava i povijesti na Sveučilištu Columbia u New Yorku i stalni pravni savjetnik Fondacije za slobodni softver

**P**osljednjih se godina sve više nameće potreba za uvođenjem računala i informacijsko-komunikacijske tehnologije u nastavu. Nastava matematike od tog suvremenog zahtjeva naravno nije izuzeta. U mnoge se faze nastavnog procesa, od obrade nastavnih jedinica preko uvježbavanja do ispitivanja, može integrirati računalno i upotrijebiti mnoštvo različitih aplikacija. Nas će posebno zanimati može li se računalno upotrijebiti kao pomoć u spoznajnom procesu matematičkih istina. Odgovor je potvrđan, jer se već više od desetljeća razvijaju specijalizirani programi namijenjeni nastavi matematike. Ti programi pokrivaju razna područja matematike, ali možda je najdublji traga na nastavu matematike ostavio softver dinamične geometrije koji prožima sve stupnjeve matematičkog obrazovanja. Tu nije riječ o uobičajenom obrazovnom računalnom programu koji korisnika poučava i ispituje ograničen skup činjenica pohranjenih u bazu podataka. Radi se o nečem puno uzbudljivijem. Stvoren je jedan virtualni laboratorij, odnosno istraživački poligon za ispitivanje geometrijskih činjenica, svojstava geometrijskih objekata i mnogih matematičkih tvrdnji

koje se mogu dovesti u vezu s geometrijom. Posljednjih godina softver dinamične geometrije nije više samo alat za geometrijske konstrukcije, nego se “proteže” i na druga područja matematike.

### Zašto program GeoGebra?

Postoje razni računalni programi dinamične geometrije: *The Geometer's Sketchpad*, *Cabri Geometre*, *Cinderella*, *Euklides*, *C.a.R.*, *Winggeom*, *Geonext*, *GeoGebra*, *EucliDraw*, *Descartes* i drugi. *Sketchpad* je uz *Cabri* najpoznatiji u svijetu, a i u našoj zemlji je vodeći. Taj izvanredan program je u mnogočemu najbolji i svakako zaslužuje vrlo visoke ocjene. Sjetimo se da smo na stranicama ovog časopisa skovali naziv *skečpedoljupci* za poklonike tog programa, a takvih je podosta jer je program naprosto zarazan. No, kako se u nas nije pristupilo organiziranoj nabavi softvera za potrebe škola taj komercijalni program i nije tako jeftin. Mnoge su mi se kolegice i kolege obratili s pitanjem kako kupiti i koja je *Sketchpadu* cijena. A,



ona nije mala u našoj zemlji zbog kupovanja preko posrednika. Tako mnoge škole nisu kupile za nastavnike i učenike taj izvanredan program. Želimo li zaista da se na svakom školskom računalu, na nastavnikovom i svakom učenikovom osobnom računalu nađe bar jedan program dinamične geometrije, zašto onda ne posegnuti za besplatnim rješenjem tzv. *friverom*? Među prije navedenim programima više je besplatnih, ali **GeoGebra** treba izdvojiti jer:

- to je vrlo profesionalno napravljen program,
- dobitnik je više europskih nagrada za softver, uključujući nagrade za obrazovni softver,
- u potpunosti je preveden na hrvatski jezik,
- dobro pokriva program matematike naše osnovne i srednjih škola,
- više nego drugi programi povezuje algebru i geometriju,
- ima intuitivan algebarski zapis jednažbi, npr. za kružnicu  $k$ :  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ ,
- vrlo je jednostavan za uporabu nastavniku i učeniku,
- učenik može raditi s ovim programom od petog razreda osnovne pa do studija,
- grafika mu je visoke kvalitete, pogotovo za projekciju u razredu,
- vrlo jednostavno generira dinamični crtež na web stranici (aplet),
- crteži su pogodni za prijenos u druge prezentacije i programe, uključivši  $\text{\LaTeX}$ .

jeziku! Koliko je to značajan događaj teško je prosuditi, ali sa zadovoljstvom možemo reći, da sada svaki učenik koji ima računalo može spoznavati matematiku u sasvim drugačijem okružju. Ovaj program je u razvoju, tako da nama preostaje daljnji rad, a svaka vaša sugestija glede prijevoda je dobrodošla. Valja uzeti u obzir da ovaj mali, ali moćan program u svakom trenutku rada možete prebaciti na bilo koji od devet raspoloživih jezika. Zbog *poliglotskog* karaktera programa, nije bilo moguće izbjeći rečenične nezgrapnosti u nekim porukama koje generira program iz pojedinih riječi. No to ne bi trebala biti prepreka ugodnom radu s ovim programom.

Program **GeoGebra** kao i ostali programi dinamične geometrije konstruira točke, vektore, dužine, pravce, zrake, mnogokute, konike i crta grafove funkcija, njihove ekstreme i nultočke, tangente i derivacije. S druge strane parametre, jednažbe, koordinate i naredbe možemo unositi izravno i kada njih mijenjamo tu promjenu prate i svi zavisni konstruirani geometrijski objekti sa svojim definiranim svojstvima i algebarskim opisima. Ova dva pristupa su obilježja programa **GeoGebra**: izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obrnuto. Autorova ideja je bila ujediniti mogućnosti grafičkih kalkulatora, softvera dinamične geometrije i programa namijenjenih algebrama kao što su *Maple* i *Derive*.

## Što je program GeoGebra?

Program **GeoGebra** je matematički softver koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ga je *Markus Hohenwarter* na Sveučilištu u Salzburgu za poučavanje matematike u školama. Prilagodbu programa hrvatskom jeziku radio sam zajedno s kolegicom *Elom Rac Marinić Kragić* sa zagrebačke V. gimnazije. Ponukani upravo time da mnogi nastavnici nemaju mogućnosti doći do softvera dinamične geometrije ili da im je jezik prepreka odlučili smo se na prilagodbu ovog programa hrvatskom jeziku. Tako smo dobili prvi softver dinamične geometrije i na hrvatskom

## Instalacija programa GeoGebra

Za instalaciju je najbolje da uvijek preuzmete najnoviju inačicu programa **Geogebra** izravno s web adrese [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at). Ako na svom računalu nemate instaliranu *Java virtual machine 1.4* ili noviju inačicu, preuzmite datoteku koja uključuje *Javu*. Nakon preuzimanja jednostavno dvaput kliknite na `geogebra_setup.exe` i program će se sam instalirati na vaše računalo. Ako želite samo upoznati program bez instalacije možete ga pokrenuti tzv. online klikom na tipku *WebStart* na stranicama programa.

## Rad s programom

Nakon instalacije dvostrukim klikom na ikonu  na radnoj površini računala pokreće se program. Program se također može pokrenuti iz izbornika **Svi programi**. U otvorenom programu uočavamo podjelu na dva glavna dijela: lijevi, algebarski prozor i desni, geometrijski prozor. Pored dva glavna prozora program ima traku izbornika, traku s alatima i polje unosa za izravne naredbe.

Ovaj kratki opis programa nema za cilj uputiti vas u sve tajne rada s programom, jer za to nema potrebe. Mnoge ćete mogućnosti otkriti u samom radu s programom, a za namjeravane korake najbolje je potražiti pomoć u izborniku **Pomoć**. Osim toga tamo gdje ste instalirali program, recimo u `C:\Program Files\GeoGebra`, naći ćete dokument `docuhr.pdf` s kompletnim *helpom* na hrvatskom jeziku u formatu pogodnom za ispis.

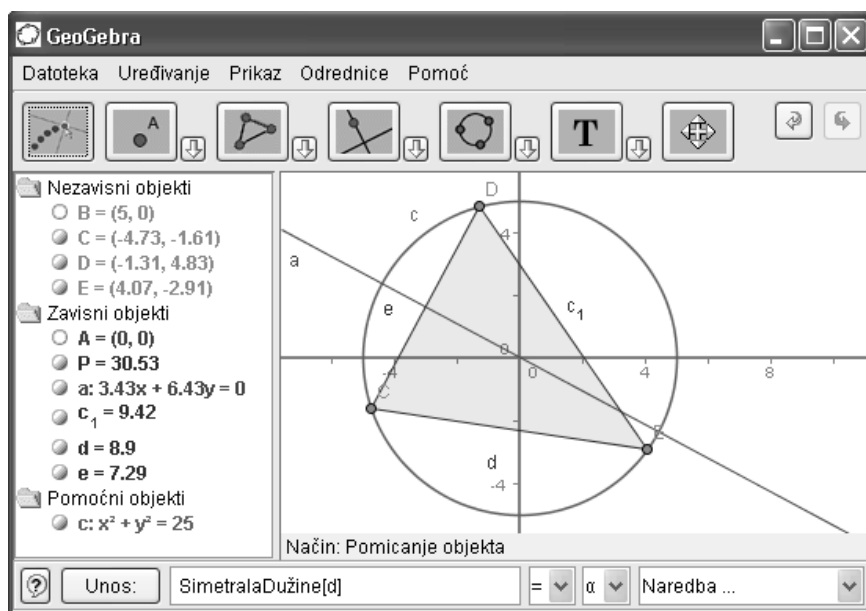
## Algebarski i geometrijski prozor

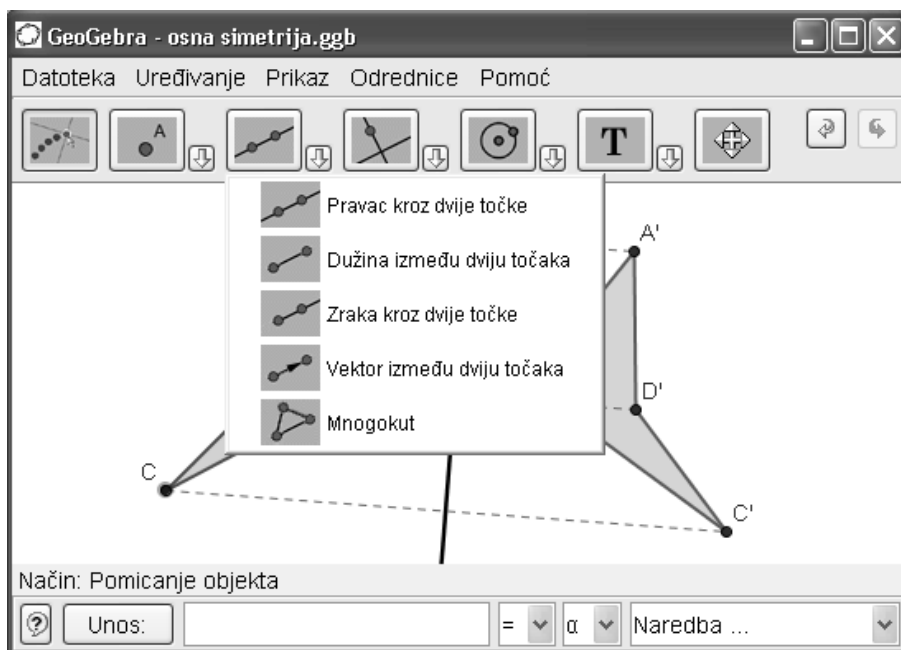
U algebarskom prozoru vide se koordinate točaka, koordinate vektora, jednadžbe pravaca i grafova, duljine dužina, površine mnogokuta, veličine kutova, vrijednosti parametara i razni korisnikovi

proračuni ili mjerenja. U desnom se prozoru nalaze konstruirani objekti: točke, dužine, pravci, zrake, vektori, kružnice, konike, mnogokuti, grafovi funkcija i još neki složeniji objekti. U ovaj se prozor može upisivati i tekst. Geometrijskom prozoru, odnosno crtačoj plohi pridružene su koordinatne osi, a možemo im pridružiti i koordinatnu mrežu (izbornik **Prikaz**). Točke koje crtamo ili pomičemo mogu se vezivati na čvorove koordinatne mreže ako je tako podešeno u izborniku **Odrednice**. Koordinatne osi, koordinatnu mrežu i algebarski prozor možemo ukloniti ako nam je potrebna samo crtača ploha bez koordinatnog sustava.

## Raspoloživi alati

Ispod trake s izbornicima nalazi se alatna traka. Tipke su ugniježdene pa je potrebno kliknuti na tipku  da bi se otvorio padajući izbornik i vidjelo sve alate jedne skupine. U padajućem izborniku pored svake tipke imamo i kratak naziv alata. Naziv alata javlja se i kada pokazivač miša zadržimo nad pojedinom tipkom. Izborom pojedinog alata izabran je takozvani način rada i u statusnoj traci, na dnu crtače plohe, piše izabrani način.





### PREGLED ALATA:

| Dugme                                                                               | Naziv                             | Opis                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | <b>Pomicanje objekta</b>          | Klikom na objekt izabran je način. Povlačenjem se pomiče objekt. Objekt se može pomicati i tipkama + i – ili sa strelicama na tipkovnici. Pomicati se mogu samo nezavisni objekti.        |
|  | <b>Nova točka</b>                 | Klikom na crtaču plohu kreira se nova točka. Klikom na dužinu, zraku, pravac, kružnicu... crta se točka koja pripada tom objektu. Klikom na sjecište dvaju objekata crta presječna točka. |
|  | <b>Sjecište dvaju objekata</b>    | Kliknuti na jedan pa na drugi objekt ili na samo presječno mjesto.                                                                                                                        |
|  | <b>Pravac kroz dvije točke</b>    | Kliknuti na jednu pa drugu točku ili kliknuti na dva nova mjesta na crtačoj plohi.                                                                                                        |
|  | <b>Dužina između dviju točaka</b> | Slično kao i pravac.                                                                                                                                                                      |
|  | <b>Zraka kroz dvije točke</b>     | Slično kao i pravac samo je potrebno voditi računa o početnoj točki.                                                                                                                      |
|  | <b>Vektor između dviju točaka</b> | Klikom odabrati početak i kraj vektora.                                                                                                                                                   |
|  | <b>Mnogokut</b>                   | Odabrati najmanje tri točke i ponovo kliknuti na početnu. U algebarskom prozoru prikazuje se površina mnogokuta.                                                                          |
|  | <b>Okomica</b>                    | Kliknuti na odabranu točku pa na odabrani pravac ili obrnuto.                                                                                                                             |
|  | <b>Usporednica</b>                | Kliknuti na odabranu točku pa na odabrani pravac ili obrnuto.                                                                                                                             |
|  | <b>Simetrala dužine</b>           | Kliknuti na rubne točke dužine ili na samu dužinu.                                                                                                                                        |



| Dugme                                                                             | Naziv                                              | Opis                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>Simetrala kuta</b>                              | Kliknuti na tri točke koje određuju kut. Voditi računa o redoslijedu i orijentaciji. Može i odabir dvaju pravaca ili dužina.                                                                                                                                                                                                                            |
|  | <b>Tangente</b>                                    | Odabir točke $A$ i konike $c$ daje sve tangente na $c$ koje prolaze kroz $A$ . Odabir pravca $g$ i konike $c$ daje sve tangente na $c$ koje su usporedne s $g$ . Odabir točke $A$ i funkcije $f$ proizvodi sve tangente od $f$ u diralištu $x = x(A)$ .                                                                                                 |
|  | <b>Kružnica određena središtem i jednom točkom</b> | Prvo kliknuti na željeno središte, a potom na rubnu točku.                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|  | <b>Kružnica kroz tri točke</b>                     | Odabirom triju točaka određuje se kružnica kroz te tri točke.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|  | <b>Konika kroz pet točaka</b>                      | Odabirom postojećih ili crtanjem novih pet točaka dobiva se konika kroz njih.                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|  | <b>Tekst</b>                                       | Klikom na crtaču plohu kreira se novi tekst na tom mjestu. Klikom na točku kreira se tekst čiji je položaj vezan uz tu točku. U navodnike se upisuje željeni tekst. Izvan navodnika se može dodati znak $+$ i neka vrijednost iz algebarskog prozora koja se onda dinamički mijenja. Primjeri: "polumjer =" $+r$ ili "opseg =" $+2 \cdot r \cdot \pi$ . |
|  | <b>Veza među objektima</b>                         | Označe se dva objekta da se dobije informacija o njihovom međusobnom odnosu.                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|  | <b>Pomicanje crtače plohe</b>                      | Povlačenje i ispuštanje da bi se promijenio položaj ishodišta koordinatnog sustava. Crtaču plohu možete pomicati i istovremenim pritiskom tipke Ctrl i povlačenjem miša.                                                                                                                                                                                |

## Polje za unos

Na dnu prozora nalazi se polje unosa u koje se može izravno upisivati koordinate točaka i vektora, jednadžba pravaca i funkcija, vrijednosti parametara, ali i naredbe.

### PRIMJERI

- $(2, 3) \rightarrow$  crta točku s tim koordinatama i dodjeljuje joj ime;
- $\alpha = 45^\circ \rightarrow$  u mapu *Nezavisni objekti* algebarskog prozora prikazuje kut zadane vrijednosti;
- $2 \rightarrow$  u mapu *Nezavisni objekti* algebarskog prozora prikazuje parametar kojem pridružuje ime, recimo  $a = 2$ ;
- $x \rightarrow$  crta graf funkcije  $f(x) = x$  i pridružuje mu jednadžbu u algebarskom prozoru;
- $a \cdot x$  (razmak ili znak  $*$  za množenje!)  $\rightarrow$  crta graf funkcije  $f(x) = ax$ . Kliknemo li na parametar  $a$ , pa na tipke  $+/-$  mijenja se parametar, a i izgled grafa;
- $O = r^2 \pi \rightarrow$  izračunava opseg kruga polumjera  $r$  i upisuje ga u mapu *Zavisni objekti*

algebarskog prozora;

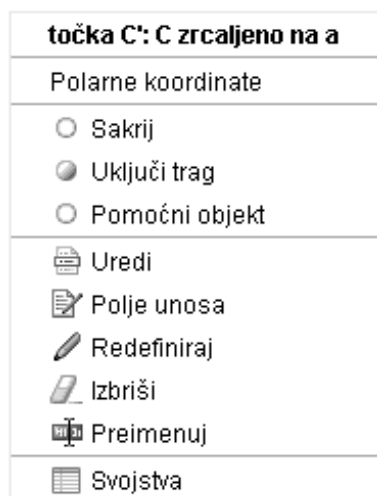
- **Polovište** $[A, B] \rightarrow$  crta polovište dužine  $AB$ ;
- **Dužina** $[(1, 2), (3, 4)] \rightarrow$  crta dužinu bez rubnih točaka;
- $A' = \text{Zrcali}[A, p] \rightarrow$  crta osno simetričnu točku točki  $A$  s obzirom na pravac  $p$ .

Posljednja tri retka predstavljaju opis naredbi o kojima ćemo se više pozabaviti u narednom broju **MŠ-a**.

## Skočni izbornik

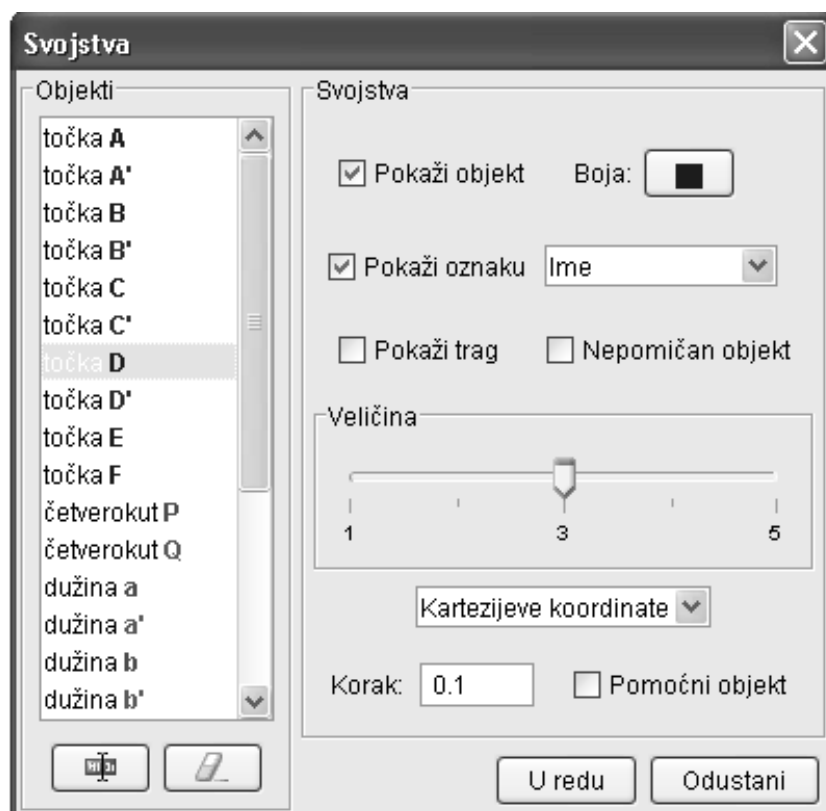
Značajnu ulogu u ovom programu ima desna tipka miša. Desnim klikom na objekt u geometrijskom prozoru ili na njegov ekvivalent u algebarskom prozoru otvara *skočni izbornik* koji izgleda otprilike kao na sljedećoj slici.

Osim imena i definicije objekta tu je niz naredbi koje su razumljive same po sebi. Osvrnimo se samo na neke. **Uključi trag** znači da objekt



## Svojstva objekata

Svaki se objekt može dodatno urediti. Izgled crteža nekada nije bio toliko važan. Danas, vrijeme naglašenog vizualnog komuniciranja nije potrebno posebno naglašavati važnost te komponente komunikacije, već treba iskoristiti izvanredne mogućnosti koje pruža ovaj program. Do kartice *Svojstva* dolazimo do iz *skočnog izbornika* ili izbornika **Uređivanje**. Svojstva koja se mogu mijenjati su različita za različite objekte. Obično su to boja i veličina. Naročito je korisno što se nudi izbor samo oznake, oznake i vrijednosti, samo vrijednosti ili uopće bez ikakve oznake ili vrijednosti. *Korak* se odnosi na korak gibanja pri animaciji. Uključimo li opciju *Nepomičan objekt* on se neće moći pomicati niti mišem niti strelicama na tipkovnici. Posebno je korisno znati da više objekata možemo uređivati odjednom. Pritisnemo tipku Ctrl i istovremeno kliknemo na svaki objekt u popisu objekata kartice *Svojstva*, a zatim pristupimo uređivanju.



## Primjeri jednostavne konstrukcije

### 1. Konstrukcija pravokutnika

**Prvi način.** Makar bismo u potpunosti mogli imitirati konstruiranje pravokutnika ravnalom i šestarom na papiru, možda je bolje da postupak prilagodimo alatima koje nam program nudi.

1. Alatom **Dužina između dviju točaka** nacrtamo dužinu  $AB$ .
2. Alatom **Okomica** konstruiramo okomicu u točki  $B$ . Potrebno je kliknuti na točku  $B$  i na dužinu.
3. Alatom **Nova točka** nacrtamo točku  $C$  na okomici.
4. Alatom **Okomica** konstruiramo okomicu u točki  $C$  i okomicu na dužinu  $AB$  u točki  $A$ .
5. Alatom **Nova točka** kliknemo na sjecište dviju posljednjih okomica da dobijemo točku  $D$  ili koristimo alat **Sjecište dvaju objekata**.
6. Skrijemo sve pravce. Alatom **Dužina između dviju točaka** nacrtamo stranice pravokutnika. Ili još bolje alatom **Mnogokut** kliknemo na sve točke redom i ponovo na početnu točku. Sada u algebarskom prozoru dobivamo pored duljina stranica i iznos površine pravokutnika.

**Drugi način.** Ovaj način koristi koordinatni sustav crtaće plohe i može značajno uštedjeti vrijeme. Koordinatni sustav crtaće plohe je aktivan bez obzira na skrivenost koordinatnih osi. Najprije definiramo dužinu i širinu pravokutnika kao parametre, koje kasnije možemo proizvoljno mijenjati klikom na njih u algebarskom prozoru i tipkama  $+/ -$ . Izravno unosimo naredbe u polja za unos:

1.  $d = 5$ .
2.  $\check{s} = 3$ .
3.  $A = (0, 0)$ , a može i samo  $(0, 0)$  pa će program sam pridružiti oznaku točki.
4.  $B = (d, 0)$ .
5.  $C = (d, \check{s})$ .
6.  $D = (0, \check{s})$ .
7.  $\text{Mnogokut}[A, B, C, D]$ .

### 2. Konstrukcija trokutu opisane kružnice (zadatak za samostalan rad učenika)

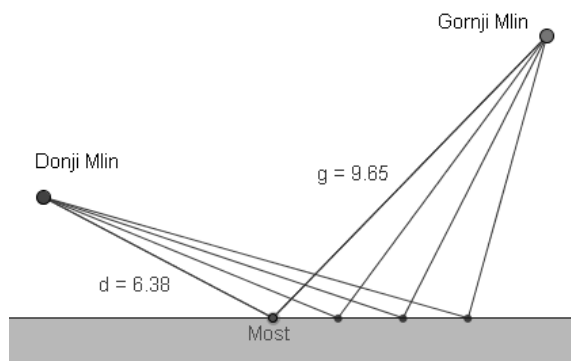
Ono što je u crtanju ravnalom i šestarom na papiru dosta složeno i često neprecizno, u **GeoGebri**

može biti vrlo jednostavno i posvema precizno. Iako konstrukcija trokutu opisane kružnice ne spada u obvezan dio gradiva osnovne škole, možemo ponuditi učeniku da sam istraži, odnosno otkrije ovo lijepo svojstvo simetrala stranica trokuta. Velik broj učenika ima računalo i dovoljno je dati kratku uputu za rad s programom. U ovoj uputi koriste se više tipki iz alatne trake jer su učenici s njima snalažljiviji.

1. Klikni na tipku  pa s njim nacrtaj trokut. Lijevo, u algebarskom prozoru vide se duljine stranica i površina trokuta.
2. Uzmi alat  i klikni na svaku stranicu trokuta. Dobiju se simetrale stranica trokuta.
3. Sijeku li se simetrale stranica u jednoj točki? A, ako alatom  pomičemo vrhove trokuta i ako trokut mijenja oblik?
4. Alatom  klikni na dvije simetrale da bi konstruirao sjecište simetrala.
5. Spoji sjecište simetrala s vrhovima trokuta alatom . Pogledaj u algebarskom prozoru kolike su duljine tih spojnica i usporedi ih. Mijenjaj trokutu oblik i promatraj udaljenost sjecišta simetrala od vrhova trokuta. Što zaključuješ? Iskaži tu tvrdnju riječima i pokušaj je matematički dokazati.
6. Alatom  nacrtaj kružnicu sa središtem u sjecištu simetrala stranica i rubnom točkom u jednom vrhu trokuta. Prolazi li kružnica svim vrhovima trokuta, bez obzira na oblik trokuta?
7. Ta se kružnica naziva opisana kružnica trokuta. Mijenjaj oblik trokutu. Kakav je trokut da bi njeno središte bilo unutar trokuta, a kakav mora biti da bi njeno središte bilo izvan trokuta?
8. U polje unosa upiši naredbu  $\text{Kut}[P]$ .  $P$  je oznaka za trokut u algebarskom prozoru. Ako naš trokut ima raspored vrhova suprotan smjeru kazaljke na satu, dobit ćemo unutarnje kutove trokuta. U suprotnom dobivamo nadopune unutarnjih kutova do  $360^\circ$ .
9. Može li središte kružnice biti na stranici trokuta? Pokušaj na crtačkoj plohi podesiti takav trokut. Koliko stupnjeva ima kut nasuprot stranici na kojoj se nalazi središte trokutu opisane kružnice?

### 3. Jedan praktičan zadatak

**Zadatak.** Mještani Gornjeg Mlina i Donjeg Mlina su odlučili napraviti most preko obližnje rijeke. Pronađi mjesto za most koje će biti jednako udaljeno od oba sela.



Pogledajmo najprije priloženi crtež. Crtež je rađen u programu kojeg opisujemo. I to ne na način da je svaka od četiri točke na rijeci konstruirana za sebe, već je to točka sa svojstvom da ostavlja trag. Trag ostavljaju i spojnice s *Mlinovima*. Da bi objekt ostavljao trag dovoljan je desni klik na objekt i u skočnom izborniku uključiti opciju **Uključi trag**. Točku *Most* animiramo klikom na nju

(način: *Pomicanje objekta*) i strelicama na tipkovnici. Na kartici *Svojstva* može se podesiti korake animacije. Naravno, da s ovakvom simulacijom problemske situacije možemo naći rješenje zadatka, ali to naravno ne treba promatrati kao prepreku za posezanjem za *pravim* matematičkim rješenjem. Upravo suprotno, smatram da učenik nakon simulacije je visoko motiviran za otkrivanjem geometrijskog rješenja problema. I to rješenje opet može ići u **GeoGebri**, jer je zanimljivije kada simetrala spojnice *Mlinova* siječe rijeku u dinamičnom okruženju.

Ima toga još. . .

U ovom smo se broju upoznali osnovne karakteristike **GeoGebre** i dobili dovoljno uputa za ugodan početak rada. Više smo govorili o programu kao konstrukcijskom alatu, a u sljedećem bi govorili o algebarskom prozoru i izravnim naredbama. Primjeri koji su dani su osnovnoškolsko gradivo, a sljedeći put bi više dotakli srednjoškolsko gradivo. Vjerujem da ste dobili dovoljno poticaja da se bacite na proučavanje programa. I brzo ćete napredovati, jer za ovaj program nije potrebno ići na tečaj. Dakle [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at) i skinite ga odmah sad.

\* \* \*

### GAUSSOV KÔD

Carl Friedrich Gauss imao je običaj kodirati svoje bislješke. Neki bi istaknutiji događaj iz svojega života zapisao brojem dana, odbrojanim od dana njegova rođenja do dana kad se taj događaj odigrao. Tako je, primjerice, 16. srpnja 1799., dan na koji je stekao znanstveni stupanj doktora kodirao brojem 8113. To znači da je od 30. travnja 1777., dana kada je rođen, pa do 16. srpnja 1799., dana na koji je doktorirao, prošlo 8113 dana.

Jedan raniji značajan događaj bio je dan kada se kao petnaestogodišnjak Gauss zainteresirao za problem raspodjele prostih brojeva. Taj je dan kodirao brojem 5343. Koji je nadnevak zapisan ovim kodom?

**Rješenje:** Od tržbenog nadnevak do 16. srpnja 1799. godine prošlo je  $8113 = 5343 - 2770$  dana. Od toga na godinu 1799. otpada 197 dana. Od 1792. do 1798. imamo ukupno 2557 dana (5 godina po 365 dana + 2 godine po 366 dana). Kako je  $2770 = (197 + 2557) = 16$  dana, oduzimajući ih unatrag od 31. 12. 1791. godine, dobijemo nadnevak 15. 12. 1791.