

bitno pridonose motivaciji učenika. S druge strane, nepromišljenost mladih vozača sva-ke godine odnosi desetke mladih života. Da se to spriječi treba se truditi svim silama, pa zašto ne i na nastavi matematike?

Literatura

[1] Vlasta Perotić, *Prometna tehnika 1*, Škola za cestovni promet, Zagreb, 1994.

* * *

Kako izračunati $\sin nx$ i $\cos nx$?

Kako izračunati $\sin nx$ ili $\cos nx$, ako je n neki cijeli broj?

Evo odgovora:

Ispišite n -ti redak *Pascalova trokuta*. Brojevima toga retka pripišite redom $\cos^n x$, $\cos^{n-1} x \cdot \sin x$, $\cos^{n-2} x \cdot \sin^2 x$, ..., $\sin^n x$. Neka u jednom retku zatim ostanu članovi koji su zapisani na neparnim pozicijama, a one na parnim pozicijama preselimo u redak niže (vidi sliku!). U svakom od ova dva retka zapišite minus ispred članova koji su na drugom, četvrtom, šestom, i općenito parnom mjestu, a plus ispred onih koji su treći, peti, sedmi, te općenito neparni po redu.

$$\begin{array}{rcl}
 \cos x & = & \textcircled{1} \cos x \\
 \sin x & = & \textcircled{1} \sin x \\
 \cos 2x & = & \textcircled{1} \cos^2 x - \textcircled{1} \sin^2 x \\
 \sin 2x & = & \textcircled{2} \cos x \sin x \\
 \cos 3x & = & \textcircled{1} \cos^3 x - \textcircled{3} \cos x \sin^2 x \\
 \sin 3x & = & \textcircled{3} \cos^2 x \sin x - \textcircled{1} \sin^3 x \\
 \cos 4x & = & \textcircled{1} \cos^4 x - \textcircled{6} \cos^2 x \sin^2 x + \textcircled{1} \sin^4 x \\
 \sin 4x & = & \textcircled{4} \cos^3 x \sin x - \textcircled{4} \cos x \sin^3 x \\
 \cos 5x & = & \textcircled{1} \cos^5 x - \textcircled{10} \cos^3 x \sin^2 x + \textcircled{5} \cos x \sin^4 x \\
 \sin 5x & = & \textcircled{5} \cos^4 x \sin x - \textcircled{10} \cos^2 x \sin^3 x + \textcircled{1} \sin^5 x
 \end{array}$$

I sada je u jednom retku zapisan izraz za $\cos nx$, a u drugom izraz za $\sin nx$. Primjerice, drugi redak će izgledati ovako:

$$\cos^2 x \quad 2 \cos x \cdot \sin x \quad \sin^2 x.$$

Tako onda za $n = 2$ imamo: $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, te $\sin 2x = \sin x \cdot \cos x$.

Za $n = 3$ nalazimo

$$\cos^3 x \quad 3 \cos^2 x \cdot \sin x \quad 3 \cos x \cdot \sin^2 x \quad \sin^3 x.$$

Dakle je: $\cos 3x = \cos^3 x - 3 \cos x \cdot \sin^2 x$, a $\sin 3x = 3 \cos^2 x \cdot \sin x - \sin^3 x$.

Formule za $\sin nx$ ili $\cos nx$ do kojih dolazimo na opisani način valja provjeriti *matematičkom indukcijom*.

Korijeni gore opisanog postupka zapravo su u *Moivreovoj formuli*

$$(\cos nx + i \sin nx)^n = \cos nx + i \sin nx.$$

Napomenimo na kraju kako je ovo vrlo lijep primjer povezivanja gradiva u nastavi matematike (trigonometrija, binomni poučak i kompleksni brojevi).