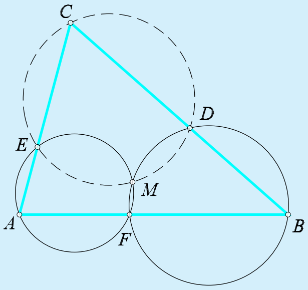
MIQUELOVA TOČKA

Odaberemo li na stranicama $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{AC}$ trokuta $\triangle ABC$ redom točke D, E i F, tada kružnice koje prolaze točkama AFE, FBD i CED prolaze jednom točkom.

Ta se točka zove Miquelova točka.

Premda se ovaj poučak pripisuje francuskom matematičaru Augusteu Miquelu koji ga je objavio u jednom časopisu 1838. godine, poznato je da je isti poučak desetak godina ranije dokazao i dokaz u Gergonneovu časopisu objavio Jakob Steiner. No zanimljivo je da neki povjesničari drže kako je opisanu činjenicu otkrio i dokazao matematičar William Wallace još 1799.

No bilo kako bilo, prijeđimo na dokaz poučka:



Neka se kružnice opisane trokutima $\triangle AFE$ i $\triangle FBD$ sijeku, osim u F još i u točki M. Nacrtajmo spojnice $\overline{EM}$, $\overline{FM}$ i $\overline{DM}$.

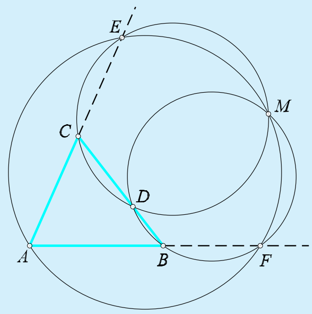
U četverokutu $AFME$ je $\sphericalangle EMF = 180^\circ - \alpha$, te analogno u četverokutu $FBDM$ $\sphericalangle DMF = 180^\circ - \beta$.

Zbrojimo li dvije jednakosti, dobit ćemo $\sphericalangle EMF + \sphericalangle DMF = 360^\circ - (\alpha + \beta)$. Dakle je $\sphericalangle EMD = \alpha + \beta$.

U $\triangle ABC$ je $\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$. Zato je $\sphericalangle EMD = 180^\circ - \gamma$.

Tako proistječe da je i četvrokut $EMDC$ tetivni pa i kružnica točkama E, D i C prolazi točkom M.

Možemo točke D, E i F odabrati i na produžecima stranica trokuta. Poučak i tada vrijedi.



Na slici je pokazana jedna takva mogućnost. Pokušajte provesti dokaz poučka za ovakav raspored točaka D, E i F.