Potres(na) matematika

Suzana Bingulac Beretin, Vukovar

Potres je iznenadna i kratkotrajna vibracija tla uzrokovana urušavanjem stijena, vulkanskom aktivnošću i tektonskim poremećajima. Proučavanjem potresa bavi se seizmologija, grana geofizike. No, kakve veze jedan geološki proces ima s matematikom?

Poznato je da je sve što nas okružuje povezano s matematikom. Cilj ovoga članka je opisati matematiku koja se krije u jakosti potresa, a koja može biti korisna za motivaciju učenika prilikom obrade elementarnih funkcija.

Jakost potresa

Magnituda potresa

Kada je škotski matematičar John Napier u šesnaestom stoljeću uveo pojam logaritma i logaritamskih tablica, nije ni mogao naslutiti da će se upravo oni danas koristiti za mjerenje jakosti potresa.

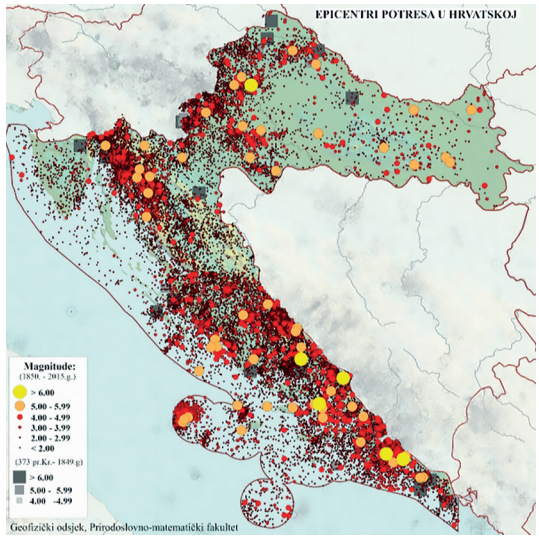
Ne baš tako davne 1935. godine, američki seizmolog Charles F. Richter definirao je ljestvicu koristeći se pojmom logaritma. Richterova ljestvica je logaritamska ljestvica s vrijednostima od 1 do 10 kojom se mjeri magnituda potresa. Dakle, jakost potresa po Richterovoj ljestvici je zapravo magnituda potresa. Mjerni instrument kojim se mjere i bilježe pomaci tla tijekom potresa naziva se seizmograf.

Da bismo razumjeli pojam magnitude potresa, potrebno je objasniti pojmove hipocentara, epicentara i amplitude potresa. Hipocentar je žarište ili fokus potresa, mjesto nastanka potresa u dubini Zemlje. Epicentar je mjesto na površini Zemlje u kojem je potres najjači, neposredno iznad hipocentra, dok je amplituda pomak vala pri potresu.

Magnituda je izražena logaritamskom funkcijom kvocijenta najveće amplitude vala potresa zabilježene na seizmografu i potresa nulte jačine čija amplituda iznosi 0.001 mm na udaljenosti 100 km od epicentra potresa, tj.

$$M = \log \frac{I}{I_0}.$$

Mnogi ljudi misle da je potres magnitude 8 stupnjeva po Richterovoj ljestvici dvostruko jači od potresa magnitude 4. No, je li to zaista tako?



Slika 1. Epicentri potresa u Republici Hrvatskoj

Suzana Bingulac Beretin, mag. educ. mat. et inf., Srednja strukovna škola Marko Babić, Vukovar, **suzana.bingulac@skole.hr**

Tablica 1. Richterova ljestvica

Richterova ljestvica			
I (mm)	I_0 (mm)	$\frac{I}{I_0}$	$M = \log \frac{I}{I_0}$
0.01	0.001	$10 = 10^1$	1
0.1	0.001	$100 = 10^2$	2
1	0.001	$1\,000 = 10^3$	3
10	0.001	$10\,000 = 10^4$	4
100	0.001	$100\,000 = 10^5$	5
1 000	0.001	$1\,000\,000 = 10^6$	6
10 000	0.001	$10\,000\,000 = 10^7$	7
100 000	0.001	$100\,000\,000 = 10^8$	8
1 000 000	0.001	$1\,000\,000\,000 = 10^9$	9

Koristeći se matematičkom definicijom, magnitude potresa iznose $M_1 = 8 = \log \frac{I_8}{I_0}$ i $M_2 = 4 = \log \frac{I_4}{I_0}$. Inverzna funkcija logaritamske funkcije je eksponencijalna funkcija, u ovom slučaju, s bazom 10. Stoga je $I_8 = 10^8 \cdot I_0$ i $I_4 = 10^4 \cdot I_0$. Vrijedi:

$$\frac{I_8}{I_4} = \frac{10^8 \cdot I_0}{10^4 \cdot I_0} = \frac{10^8}{10^4} = 10^4,$$

odnosno

$$I_8 = 10^4 \cdot I_4.$$

Zaključujemo da je potres magnitude 8 stupnjeva po Richterovoj ljestvici $10\,000$ puta veće jakosti od potresa magnitude 4.

Iz izračuna, kao i iz tablice, jasno se vidi da je jakost potresa eksponecijalna funkcija s bazom 10. Drugim riječima, jakost potresa raste eksponencijalno.

Najjači zabilježeni potres u Republici Hrvatskoj je potres koji je 29. prosinca 2020. godine pogodio grad Petrinju magnitude 6.4 stupnja po Richterovoj ljestvici. 9.5 stupnjeva po Richterovoj ljestvici je magnituda najsnažnijeg ikada zabilježenog potresa u svijetu koji je pogodio grad Valdivija u Čileu 22. svibnja 1960. godine. Izračunajmo kakav je odnos jakosti tih potresa.

Magnitude promatranih potresa iznose:

$$6.4 = M_{\text{Petrinja}} = \log \frac{I_{\text{Petrinja}}}{I_0}$$
$$\Longrightarrow I_{\text{Petrinja}} = 10^{6.4} \cdot I_0$$
$$9.5 = M_{\text{Valdivija}} = \log \frac{I_{\text{Valdivija}}}{I_0}$$
$$\Longrightarrow I_{\text{Valdivija}} = 10^{9.5} \cdot I_0.$$

Tada je

$$\frac{I_{\text{Valdivija}}}{I_{\text{Petrinja}}} = \frac{10^{9.5}}{10^{6.4}} = 10^{3.1} = 1259.$$

Možemo zaključiti da je najsnažniji ikada zabilježeni potres u svijetu 1259 puta veće jakosti od najjačeg zabilježenog potresa u Republici Hrvatskoj.

Količina oslobođene energije potresa

Magnituda predstavlja količinu oslobođene energije u žarištu potresa. Jedna od veza između magnitude i količine oslobođene energije potresa iskazana je funkcijom: $M = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$, gdje je $E_0 = 10^{4.4}$ količina energije oslobođena u minimalnim podrhtavanjima tla.

$$M = \frac{2}{3} \log \frac{E}{10^{4.4}} \;/: \left(\frac{2}{3}\right)$$
$$\frac{3}{2} \cdot M = \log \frac{E}{10^{4.4}}$$
$$1.5 \cdot M = \log E - \log 10^{4.4}$$
$$1.5 \cdot M = \log E - 4.4.$$

Matematička formula za određivanje količine oslobođene energije potresa glasi: $\log E = 4.4 + 1.5 \cdot M$, a mjerna jedinica naziva se džul (J).

Razlika u magnitudi potresa je velika. Je li i razlika u količini oslobođene energije prilikom potresa u sličnom odnosu?

Promotrimo koliko se puta poveća količina oslobođene energije ako se magnituda potresa poveća za jedan.

Neka su M_1 i E_1 magnituda i količina oslobođene energije početnog potresa. Uvrštavanjem u formulu slijedi da je: $\log E_1 = 4.4 + 1.5 \cdot M_1$.

Magnituda drugoga potresa poveća se za jedan te ona iznosi $M_2 = M_1 + 1$. Pritom je količina oslobođene energije jednaka E_2. Tada je: $\log E_2 = 4.4 + 1.5 \cdot (M_1 + 1)$.

Budući da nas zanima odnos u količini oslobođene energije, potrebno je odrediti razliku logaritama količine oslobođene energije promatranih potresa:

$$\log E_2 - \log E_1 = 4.4 + 1.5 \cdot (M_1 + 1) - (4.4 + 1.5 M_1)$$
$$\log \frac{E_2}{E_1} = 4.4 + 1.5 \cdot M_1 + 1.5 - 4.4 - 1.5 \cdot M_1 = 1.5$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{1.5}$$
$$E_2 = 10^{1.5} E_1$$
$$E_2 \approx 31.6227766 E_1.$$

S obzirom na logaritamsku ovisnost magnitude potresa i količine oslobođene energije može se zaključiti da se povećanjem magnitude za jedan, količina oslobođene energije potresa poveća za oko 32 puta.

Kolika je razlika u količini oslobođene energije najsnažnijeg ikada zabilježenog potresa u svijetu i najjačeg potresa ikada zabilježenog na našim prostorima?

Količina oslobođene energije potresa u gradu Valdivija u Čileu iznosi:

$$E_{\text{Valdivija}} = 10^{4.4+1.5 \cdot 9.5} = 10^{18.65}$$
$$= 4.466836 \cdot 10^{18} \text{J},$$

dok je količina oslobođene energije potresa u gradu Petrinji jednaka:

$$E_{\text{Petrinja}} = 10^{4.4+1.5 \cdot 6.4} = 10^{14} \text{ J}.$$

Sada imamo:

$$\frac{E_{\text{Valdivija}}}{E_{\text{Petrinja}}} = \frac{4.466836 \cdot 10^{18}}{10^{14}}$$
$$= 4.466836 \cdot 10^4 = 44\,668.36.$$

Količina oslobođene energije potresa u Čileu je oko 44 668 puta veća od energije oslobođene u potresu u Petrinji.

Razlika u magnitudama potresa je velika, ali razlika u količini oslobođene energije prilikom potresa je ogromna.

Primjena u nastavi matematike

Matematika jakosti potresa je zapravo modeliranje logaritamskom funkcijom. Stoga, u srednjoškolskoj nastavi matematike zadatci temeljeni na podatcima o potresima imaju svoju široku primjenu. Osim primjene prilikom obrade elementarnih funkcija matematiku jakosti potresa možemo primijeniti i u nastavnim cjelinama prikaza i analize podataka, krugu i kružnici te dodatnim sadržajima poput linearne regresije.

LITERATURA

1/ V. Županović, K. Šorić (2016.): *Primijenjena matematika podržana računalom, priručnik za nastavnike*, Diozit d.o.o., Slavonski Brod, **http://www.stem-genijalci.eu/wp-content/uploads/eucenje/matematika/4QR_Prirucnik_Mat-inf_web%20pregled.pdf.**

2/ M. Lovrenčić (2020.): *Modeliranje pomoću linearne, kvadratne i logaritamske funkcije*, Odjel za matematiku, Osijek, **https://repozitorij.mathos.hr/islandora/object/mathos:413.**

3/ D. Ilišević, D. Krivo (2012.): Funkcije u nastavi matematike – motivacijski primjeri iz geologije, *Poučak*, br. 50, str. 40–49.

4/ **https://www.pmf.unizg.hr/geof/seizmoloska_sluzba/izvjesca_o_potresu**