

Tko je prvi... definirao vjerojatnost?

Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Vjerojatnost da pri bacanju poštene kockice padne 6 iznosi $\frac{1}{6}$, to svatko zna. Malo kompliciranije, svaki matematičar (a i poneki nematematičar) zna i da je vjerojatnost dobitka na lotu 6 od 45 jako mala, točnije $\left(\frac{45}{6}\right)^{-1}$. Mogli bismo tako nastaviti unedogled – u svim takvim slučajevima vjerojatnost nečega (nekog slučajnog događaja) izračunata je kao kvocijent broja za taj događaj povoljnih slučajeva i broja svih mogućih slučajeva. Naravno, to ne vrijedi za slučaj da promatrani pokus ima beskonačno mnogo ishoda, ali ostanimo ovdje na ovom osnovnom, "školskom" slučaju.

Ova tzv. klasična definicija vjerojatnosti *a priori* mnogima se čini očita te će možda pomisliti da je ona s nama od pradavnih vremena. No, istina je ne samo da ta definicija nije očita, nego i da je relativno nova.

Sve do doba renesanse nije poznato je li itko pokušao vjerojatnosti pristupiti racionalno matematički, već su se ishodi bacanja kocaka i drugih nepredvidljivih pokusa doživljavali mistično, kao uplitanje neke božanske ili vražje sile izvan ovog svijeta.

Prvi koji je pokušao pitanju vjerojatnosti pristupiti matematički racionalno bio je znameniti i kontroverzni talijanski liječnik, matematičar i kockar **Girolamo Cardano** (1501. – 1576., slika 1). U svojoj knjižici *Liber de ludo aleae* (Knjiga o kockanju), koju je zamislio kao priručnik za profesionalne kockare, opisuje kako racionalno ulagati na temelju šansi za dobitak. Tako Cardano kaže da uloge treba stavljati u onom omjeru u kojem su brojevi povoljnih i nepovoljnih slučajeva. Primjerice, možemo reći da Cardano tvrdi kako za kladenje na "past će 6 na običnoj kockici" uloge treba stavljati u omjeru

1 : 5, odnosno u omjeru $m : n$ ako je $m + n$ broj svih mogućih ishoda, a m broj povoljnih ishoda, što je ekvivalentno definiranju vjerojatnosti kao omjera $m : (m + n)$.

Cardanova je knjižica objavljena tek posthumno 1662. te je bila nepoznata u trenutku kad su druga dvojica velikih matematičara uspostavili temelje teorije vjerojatnosti kao matematičke discipline. Bili su to **Pierre de Fermat** (1601. – 1665.) i **Blaise Pascal** (1623. – 1662.), koji su se 1654. godine dopisivali oko pravilnog rješenja dvaju popularnih kockarskih problema. U svojim su argumentima koristili razmišljanje o vjerojatnosti kao omjeru brojeva povoljnih i mogućih slučajeva, no definiciju nisu eksplicitno zapisali.



Slika 1. Girolamo Cardano (izvor: Wikipedia, slika objavljena kao *public domain*)

Nešto su kasnije princip računanja vjerojatnosti kao omjera broja povoljnih i mogućih slučajeva opisali Gottfried Wilhelm Leibniz (filozofsko djelo *Théodicée*, 1710.), Abraham de Moivre (*De Mensura Sortis*, 1711., definicija slična Cardanovoj), Jacob Bernoulli (*Ars Conjectandi*, 1713. samo na primjeru)... Standardno se navodi (i autorica ovih redaka nije našla navod za raniji jasan iskaz klasične definicije vjerojatnosti) da je definiciju prvi izrekao i prvi ju počeo formalno koristiti **Pierre-Simon Laplace** (1749. – 1827., slika 2) godine 1774., a kasnije objavio u znamenitom djelu *Théorie Analytique des Probabilités*. U slobodnom prijevodu Laplaceova definicija glasi:

Vjerojatnost događaja je omjer broja za njega povoljnih slučajeva prema broju mogućih slučajeva ako nemamo razloga smatrati da se neki slučaj pojavljuje češće od drugih, tako da su svi slučajevi za nas jednako mogući.

I upravo u toj, naizgled tako očiglednoj definiciji, krije se problem koji je u konačnici doveo do moderne aksiomatske definicije vjerojatnosti – Laplace kaže da su svi razmatrani slučajevi jednako mogući, dakle vjerojatni. Odnosno, vjerojatnost je definirao preko vjerojatnosti, cirkularnom definicijom! Iako za praktičnu uporabu nama dobro poznatog pravila nema bitnih posljedica, ipak bismo kao matematičari trebali znati da je pravilna definicija vjerojatnosti odvojena od pravila za njezino računanje. Tu pravu, dobru definiciju vjerojatnosti u terminima aksioma dao je godine 1933. Andrej Nikolajevič Kolmogorov (1903. – 1987.). Izvorna formulacija Kolmogorovljevih aksioma glasila je ovako:

Neka je dan neprazan skup Ω i familija $\mathcal{F}$ njegovih podskupova. Ako je

1. $\mathcal{F}$ "polje skupova",
2. $\Omega \in \mathcal{F}$,
3. zadana funkcija P koja svakom elementu A iz $\mathcal{F}$ pridružuje nenegativan broj $P(A)$, koji zovemo vjerojatnošću događaja A , tako da je
4. $P(\Omega) = 1$,
5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ za disjunktne $A, B \in \mathcal{F}$ i



Slika 2. Pierre-Simon Laplace (izvor: Wikipedia, slika objavljena kao *public domain*)

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = 0$ ako je za sve n $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots \supseteq A_n$, $(A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{F})$ i $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \emptyset$,

onda se Ω sa $\mathcal{F}$ i P naziva **vjerojatnosnim prostorom**.

Danas se ti aksiomi navode u nešto kraćem obliku koji se svodi na zahtjev da je $\mathcal{F}$ tzv. σ -algebra na Ω i P tzv. normirana mjera na $\mathcal{F}$ (vidi npr. [3]).

LITERATURA

- 1/ F. M. Brückler (2018.): *Geschichte der Mathematik kompakt: Das Wichtigste aus Analysis, Wahrscheinlichkeitstheorie, angewandter Mathematik, Topologie und Mengenlehre*, Springer Spektrum.
- 2/ P. Gorroochurn (2012.): Some Laws and Problems of Classical Probability and How Cardano Anticipated them, *Chance*
- 3/ N. Sarapa (2002.): *Teorija vjerojatnosti*, Školska knjiga, Zagreb.