

Tko je prvi... otkrio kompleksne brojeve?

Franka Miriam Brueckler, Zagreb

U današnje se vrijeme kompleksni brojevi u nastavu najčešće uvode s argumentom da želimo moći riješiti sve kvadratne jednadžbe. No, razumno je pitanje: zašto bismo to uopće htjeli? Naravno, svaki matematičar zna da su kompleksni brojevi bitno olakšali rješavanje mnogih problema iz stvarnog svijeta i da moderne fizike bez kompleksnih brojeva nema. Jesu li kompleksni brojevi možda, kao i štošta iz školske matematike, prvotno uvedeni zbog praktičnih razloga?

Začudo, istina o otkriću kompleksnih brojeva vrlo je bliska upravo navedenom uobičajenom argumentu: Kompleksni brojevi stvarno su uvedeni radi rješavanja jednadžbi. No, ne zbog rješavanja kvadratnih jednadžbi, nego zbog određivanja realnih rješenja kubnih jednadžbi.

Srednjovjekovni arapski matematičari* znali su rješavati kvadratne jednadžbe metodom koja se svodi na modernu formulu, ali uzimali su u obzir samo jednadžbe koje imaju bar jedno pozitivno realno rješenje – jer su nepoznanice obvezno imale neki stvarni smisao (duljine, novci...).

Na radove arapskih matematičara o kubnim jednadžbama, opet samo onima čija su rješenja pozitivna i realna, nastavili su se radovi matematičara renesansne Italije: Scipionea del Ferre, Niccola Tartaglie i Girolama Cardana. Priča o otkriću formule (postupka) za rješavanje kubne jednadžbe jedna je od najzbudljivijih priča u matematičkoj povijesti. One koji ju ne znaju, upućujemo na standardnu literaturu iz povijesti matematike, npr. web-stranicu http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Quadratic_etc_equations.html.



Slika 1. Girolamo Cardano (1501.–1576.).
Slika je preuzeta sa <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cardano.jpg>
(public domain licenca).

Mi ćemo se ovdje koncentrirati na detalj vezan za konačni opis tog rješenja kako ga je dao Girolamo Cardano u svojem znamenitom djelu *Ars Magna* (1545.). Naime, rješavajući jednadžbu koju bismo mi danas zapisali kao

$$x^3 - 15x = 4$$

doc. dr. sc. Franka Miriam Brueckler, Zavod za matematičku analizu, PMF–Matematički odsjek Sveučilišta u Zagrebu, fmbrquak@gmail.com

* Srednjovjekovnu matematiku nastalu u muslimanskom svijetu, uglavnom Arapskom kalifatu, uobičajeno je nazivati arapskom zbog toga što je pisana na službenom, arapskom, jeziku, no stvarali su je matematičari različitih naroda i vjeroispovijesti.

njegov je postupak, u kojem se nepoznanica shvaća kao zbroj dviju novih nepoznanica, te dobiva uvjet da je zbroj kubova tih dviju novih nepoznanica jednak 4, a umnožak kubova tih nepoznanica jednak 125, doveo do potrebe računanja drugog korijena iz broja -121 .

Cardano je naravno znao da drugi korijen iz negativnog broja nema smisla. Njegov je postupak funkcionirao u ostalim primjerima koje je razmatrao, dakle nije bio problem u postupku. Nametala se ideja ili da je riječ o računskoj pogrešci, što nije bio slučaj, ili pak da jednačba nema rješenja. No, lako je uvjeriti se, kao i Cardano, da je 4 rješenje naše jednačbe. I što je Cardano učinio?

Postupio je s jedne strane iz perspektive modernog, formalnog matematičara neshvatljivo, a s druge genijalno. Zaključio je da će te korijene prihvatiti čisto formalno¹: "Ako zanemarimo mentalne patnje" uključene u manipulaciju drugog korijena negativnog broja, uspio je dobiti rješenje. No, os-

tao je, to zasigurno nikog ne čudi, sumnjičav prema takvim brojevima: "Tako napreduje aritmetička suptilnost čiji kraj je, kako je rečeno, toliko profinjen koliko i beskoristan".

I eto, tako su se u povijesti prvi put pojavili kompleksni brojevi – zato da bismo dobili realna rješenja kubne jednačbe, a ne zato da bismo dobili imaginarna rješenja kvadratne jednačbe. Pravila računa s drugim korijenima negativnih brojeva niti trideset godina kasnije opisao je Rafael Bombelli, no sve do otkrića njihove geometrijske interpretacije u 19. stoljeću (o tom nekom drugom prilikom) ostali su prilično neprihvaćen matematički kuriozitet.

Za kraj spomenimo samo da je oznaku i za jedan od dvaju drugih korijena iz -1 godine 1777. uveo veliki Leonhard Euler, dok naziv "imaginarni" za ono što danas zovemo kompleksni brojevi potječe od Renéa Descartesa (1637.). Naziv "imaginarna jedinica" za i uveo je Carl Friedrich Gauss 1831.²

Večer matematike, 6. prosinca 2018.

Poštovane kolegice i kolege,

zadovoljstvo nam je obavijestiti vas da će se i ove godine održati **Večer matematike** u organizaciji Hrvatskog matematičkog društva, uz potporu Ministarstva znanosti i obrazovanja Republike Hrvatske i to u četvrtak, **6. prosinca 2018.** s početkom u 18 sati.

Prošlogodišnja Večer matematike pokazala se iznimno uspješna s oko 103 000 sudionika iz 650 dječjih vrtića, osnovnih škola te srednjih škola iz cijele Republike Hrvatske, a nadamo se da će se ove godine taj broj dodatno povećati.

Prijave za Večer matematike već su počele ispunjavanjem *online* prijavnice koja je dostupna na mrežnim stranicama Hrvatskog matematičkog društva. Materijali za preuzimanje bit će dostupni od 7. studenog 2018., kada ćemo svim prijavljenim sudionicima *e-mailom* poslati poveznicu za preuzimanje. Novosti o Večeri matematike možete pratiti na mrežnim stranicama HMD-a, <http://www.matematika.hr/vecermatematike/2018/>, i na našoj Facebook stranici <https://www.facebook.com/vecermatematike/?fref=ts>.

Veselimo se ponovnoj suradnji!

Tanja Soucie, prof., voditeljica Nastavne sekcije Hrvatskog matematičkog društva
Ivana Katalenac, prof., potpredsjednica Hrvatskog matematičkog društva



¹ Ovaj odlomak je pisan prema P.J. Nahin *An Imaginary Tale: The story of $\sqrt{-1}$* (Princeton Univ. Press, 2010).

² Referenca za ovaj odlomak <http://functions.wolfram.com/Constants/I/introductions/ClassicalConstants/>