

Gaussov algoritam

za određivanje datuma Uskrsa

Sanja Sruk, Zagreb

Uskrs je najveći kršćanski blagdan i to jedan od "pokretnih", što znači da mu se datum mijenja svake godine. Ali kako se određuje taj datum?



Povijesni pregled

Uobičajeno je mišljenje da se Uskrs slavi prve nedjelje nakon prvog punog mjeseca poslije proljetne ravnodnevnicе, no to nije sasvim točno. Određivanje datuma Uskrsa vezano je uz židovsku *Pashu*, blagdan kada se Židovi prisjećaju izlaska iz egipatskog ropstva, a ona se slavi 14. dana mjeseca *nisana* u židovskom kalendaru. Sljedećeg je dana Isus umro, a tri dana nakon toga uskrsnuo. U židovskom kalendaru prvi dan mjeseca je onaj u kojem se ukaže mlad mjesec, stoga 14. dan obično pada u vrijeme faze punog mjeseca, ali zbog astronomskih mjerenja može doći i do malih pomaka.

U počecima kršćanstva Uskrs se i kod katoličkih, a kasnije i kod pravoslavnih vjernika slavio prvog ili drugog dana *Pashe*, neovisno o danu u tjednu ili u nedjelju koja je bila najbliže *Pashi*. U četvrtom stoljeću određeno je da se Uskrs slavi prve nedjelje nakon prvog punog mjeseca iza proljetne ravnodnevnicе, a u šesnaestom stoljeću papa Grgur XIII.

vrši reformu kalendara. Način računanja Uskrsa nije se promijenio, ali od tada katolički i pravoslavni vjernici ne slave Uskrs istoga dana, iako se ponekad ti datumi poklope. Današnje pravilo Katoličke Crkve je da je datum Uskrsa prva nedjelja nakon 21. ožujka koja pada nakon 14. dana mladog mjeseca, tako da je Uskrs uvijek između 22. ožujka i 25. travnja.

Korak po korak

Gauss je 1802. godine sastavio algoritam za računanje datuma Uskrsa po gregorijanskom kalendaru. Algoritam je prikazan u tablici 1, sastoji se od 11 koraka, a svaki korak popraćen je konkretnim računom za 2018. godinu.

Kaže se da svako pravilo ima iznimke, a ovo ima dvije:

1. $f = 29, j = 6$, Uskrs je 19. a ne 26. travnja
2. $f = 28, j = 6$, Uskrs je 18. a ne 25. travnja.

1.	Označimo godinu sa n . Neka je A kvocijent, a B ostatak pri dijeljenju broja n sa 100.	$2018 = 20 \cdot 100 + 18$, $A = 20$, $B = 18$
2.	Neka je a kvocijent (bez ostatka, isto se misli i u ostalim koracima) brojeva $A + 8$ i 25.	$20 + 8 = 28$, $28 : 25 = 1$, $a = 1$
3.	Neka je b kvocijent brojeva $A + 1 - a$ i 3.	$20 + 1 - 1 = 20$, $20 : 3 = 6$, $b = 6$
4.	Neka je c kvocijent brojeva A i 4.	$20 : 4 = 5$, $c = 5$
5.	Neka je d ostatak pri dijeljenju broja n sa 19.	$2018 : 19 = 106$ i ostatak 4, $d = 4$
6.	Neka je e ostatak pri dijeljenju broja $11d + 1$ sa 30.	$11 \cdot 4 + 1 = 45$, $45 : 30 = 1$ i ostatak 15, $e = 15$
7.	Neka je f ostatak pri dijeljenju broja $A - b - c - e + 46$ sa 30.	$20 - 6 - 5 - 15 + 46 = 40$, $40 : 30 = 1$ i ostatak 10, $f = 10$
8.	Neka je g kvocijent brojeva B i 4.	$18 : 4 = 4$, $g = 4$
9.	Neka je h ostatak pri dijeljenju broja $5A + B + g + c$ sa 7.	$5 \cdot 20 + 18 + 4 + 5 = 127$, $127 : 7 = 18$ i ostatak 1, $h = 1$
10.	Neka je j ostatak pri dijeljenju broja $39 - f - h$ sa 7.	$39 - 10 - 1 = 28$, $28 : 7 = 4$, ostatak je 0, $j = 0$
11.	Ako je $f + j < 9$ Uskrs je $(22 + f + j)$ -tog ožujka. Ako je $f + j > 9$ Uskrs je $(f + j - 9)$ -tog travnja.	$10 + 0 = 10 > 9$, $10 + 0 - 9 = 1$, dakle Uskrs je ove godine 1. travnja.

Tablica 1.

Druga varijanta

Postoji i druga varijanta Gaussova algoritma za računanje datuma Uskrsa, vidi tablicu 2. U njoj se koriste dvije konstante, nazovimo ih X i Y . Za godine između 1582. i 1699. $X = 22$, $Y = 2$, za one između 1699. i 1799. $X = 23$, $Y = 3$, od 1799.

do 1899. $X = 23$, $Y = 4$, a od 1899. do 2099. $X = 24$, $Y = 5$.

Datum Uskrsa je $(22 + D + E)$ -ti ožujka ako taj iznos ne prelazi 31, a u protivnom slučaju $(D + E - 9)$ -ti travnja. U našem slučaju $22 + 10 + 0 = 32 > 31$, pa je Uskrs 1. travnja. Iznimke su iste kao u prvoj varijanti, uz zamjenu oznaka

1.	Neka je A ostatak pri dijeljenju godine n sa 19.	$2018 : 19 = 106$ i ostatak 4, $A = 4$
2.	Neka je B ostatak pri dijeljenju broja n sa 4.	$2018 : 4 = 504$ i ostatak 2, $B = 2$
3.	Neka je C ostatak pri dijeljenju n sa 7.	$2018 : 7 = 288$ i ostatak 2, $C = 2$
4.	Sada pomnožimo A sa 19, dodamo X i rezultat podijelimo sa 30. Ostatak označimo D .	$4 \cdot 19 + 24 = 100$, $100 : 30 = 3$ i ostatak 10, $D = 10$
5.	Broj $2B + 4C + 6D + Y$ podijelimo sa 7. Ostatak označimo E .	$2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 10 + 5 = 77$, $77 : 7 = 11$, ostatak je 0, $E = 0$

Tablica 2.

($f-D$, $j-E$). Nigdje nije navedeno potpuno objašnjenje ovih koraka, štoviše i sam Gauss je rekao da ne može dati cijelu analizu postupka koji ga je doveo do tog algoritma, ali možemo uživati u nje-mu diveći se briljantnosti Gaussova uma, kao što uživamo u mađioničarskim trikovima iako nam nije sasvim jasno kako su izvedeni.

Ako niste raspoloženi za računanje, pogledajte tablicu 3 s datumima Uskrsa po gregorijanskom i julijanskom kalendaru do 2030. godine.

Godina	Gregorijanski kalendar	Julijanski kalendar
2018.	1. travnja	8. travnja
2019.	21. travnja	28. travnja
2020.	12. travnja	19. travnja
2021.	4. travnja	2. svibnja
2022.	17. travnja	24. travnja
2023.	9. travnja	16. travnja
2024.	31. ožujka	5. svibnja
2025.	20. travnja	20. travnja
2026.	5. travnja	12. travnja
2027.	28. ožujka	2. svibnja
2028.	16. travnja	16. travnja
2029.	1. travnja	8. travnja
2030.	21. travnja	28. travnja

Tablica 3.

Koji dan u tjednu?

Možemo postaviti i pitanje kako odrediti koji dan u tjednu je bio ili će biti neki određeni datum. Označimo dane u tjednu na ovaj način:

nedjelja = 0 ponedjeljak = 1 utorak = 2
srijeda = 3 četvrtak = 4 petak = 5
subota = 6,

a mjeseci:

ožujak = 1 travanj = 2 svibanj = 3
lipanj = 4 srpanj = 5 kolovoz = 6
rujan = 7 listopad = 8 studeni = 9
prosinac = 10 siječanj = 11 veljača = 12.

Ovaj pomalo čudan način numeriranja mjeseci praktičniji je zbog prijestupnih godina. Uzmimo sada da je zadan neki datum. Dan označimo sa d , mjesec sa m (ali u skladu s navedenim numeriranjem za mjeseci), a godinu sa N . Godinu zapišimo u obliku $N = 100s + n$. Dan u tjednu pridružen tom datumu određen je formulom:

$$X = \left(d + \left\lfloor \frac{1}{5}(13m - 1) \right\rfloor + n + \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{s}{4} \right\rfloor - 2s \right) \pmod{7},$$

gdje je $\lfloor a \rfloor$ najveće cijelo od a , a $\pmod{7}$ ostatak pri dijeljenju broja sa 7 (kongruencija).

Na primjer, ja sam rođena 24. listopada 1971. Mama kaže da je bila nedjelja. Proverimo!

$$d = 24, \quad m = 8, \quad s = 19, \quad n = 71$$

$$\begin{aligned} X &= \left(24 + \left\lfloor \frac{1}{5}(13 \cdot 8 - 1) \right\rfloor + 71 \right. \\ &\quad \left. + \left\lfloor \frac{71}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{19}{4} \right\rfloor - 2 \cdot 19 \right) \pmod{7} \\ &= (24 + 20 + 71 + 17 + 4 - 38) \pmod{7} \\ &= 98 \pmod{7} = 0, \end{aligned}$$

a 0 je pridružena nedjelji. Dakle, mama je bila u pravu! Dokaz ove formule možete pronaći u [4], a ovo je dokaz da su mame uvijek u pravu.

S malim zakašnjenjem želim vam sretan Uskrs, a svim mamama sretan skorašnji Majčin dan.

LITERATURA

- 1/ <https://en.wikipedia.org/wiki/Computus>
- 2/ https://hr.wikipedia.org/wiki/Računanje_datuma_Uskrsa
- 3/ https://bs.wikipedia.org/wiki/Računanje_datuma_Uskrsa
- 4/ B. Pavković, B. Dakić, P. Mladinić (1994.): *Elementarna teorija brojeva*, Element, Zagreb.