

Drevni početak diferencijalnog računa

Nikolina Lončar, Rijeka



Oslanjajući se na osnovne i temeljne principe, u vedskoj se matematici diferencijalni račun pojavljuje u veoma ranoj fazi. Osnovna njegova karakteristika je računanje derivacija normiranih polinoma u čemu se ističe poveznica faktorizacije i diferencijala.

Krenuvši od derivacije kvadratnog trinoma, glavno pravilo (koje potječe iz suture Gunakasamuchyah) je sljedeće:

U svakom normiranom kvadratnom trinomu izraženom kao umnožak dvaju binomnih faktora vrijedi da je suma faktora jednaka prvoj derivaciji.

Primjer 1. Uzmimo za primjer kvadratni trinom $x^2 - 5x + 6$. Znamo da dati trinom možemo napisati kao umnožak faktora $x - 2$ i $x - 3$, čime prema gornjem pravilu dolazimo do prve derivacije $D_1 = 2x - 5$.

Primjer 2. Derivirajmo sada kvadratni trinom $x^2 + 3x + 2$.

Kako je $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$, slijedi da je prva derivacija jednaka $D_1 = 2x + 3$.

Potrebno je naglasiti da pravilo kojim dolazimo do derivacije i danas poznata jednakost $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ označavaju i podrazumijevaju istu matematičku istinu, što se može lako dokazati.

Dokaz. Neka je zadan normirani kvadratni trinom $x^2 + bx + c = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$, gdje su x_1 i x_2 nul-točke kvadratnog trinoma.

Koristeći se pravilom za derivaciju umnoška zaključujemo da je

$$[(x - x_1) \cdot (x - x_2)]' = 1 \cdot (x - x_2) + (x - x_1) \cdot 1 \\ = (x - x_1) + (x - x_2). \quad \blacksquare$$

Sličnim postupkom dolazimo do prve i druge derivacije polinoma trećeg stupnja.

Neka je zadan polinom $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$. Uvodimo oznake: $a = x + 1$, $b = x + 2$ i $c = x + 3$. Prvu derivaciju D_1 dobivamo

zbiranjem svih 2-kombinacija danih faktora a , b i c :

$$\begin{aligned} D_1 &= ab + bc + ac \\ &= x^2 + 3x + 2 + x^2 + 5x + 6 + x^2 + 4x + 3 \\ &= 3x^2 + 12x + 11. \end{aligned}$$

Nadalje, drugu derivaciju D_2 dobivamo kao dvostuku vrijednost zbroja svih faktora.

$$\begin{aligned} D_2 &= 2 \cdot (a + b + c) \\ &= 2 \cdot (3x + 6) = 6x + 12 \end{aligned}$$

Analogni postupak možemo primijeniti i za računanje derivacije normiranih polinoma stupnja većeg od tri. U nastavku navodimo primjere u kojima je objašnjen postupak deriviranja polinoma četvrtog i petog stupnja.

Primjer 3. Neka je zadan polinom $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24 = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$. Uvodimo oznake: $a = x+1$, $b = x+2$, $c = x+3$ i $d = x+4$.

Prvu derivaciju D_1 dobivamo kao zbroj svih 3-kombinacija danih faktora tj. $D_1 = abc + bcd + acd + abd$, drugu derivaciju D_2 dobivamo kao dvostuku vrijednost zbroja svih 2-kombinacija danih faktora tj. $D_2 = 2 \cdot (ad + ac + bd + bc + ab + cd)$, dok je treća derivacija jednaka $D_3 = 2 \cdot 3 \cdot (a + b + c + d)$.

Primjer 4. Neka je zadan polinom $x^5 + 15x^4 + 71x^3 + 178x^2 + 214x + 120 = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)$. Uvodimo oznake: $a = x+1$, $b = x+2$, $c = x+3$, $d = x+4$ i $e = x+5$. Zaključujemo da je:

$$\begin{aligned} D_1 &= bcde + abcd + abde + acde + abce \\ D_2 &= 2 \cdot (cde + bcd + bce + bde + abc \\ &\quad + acd + ace + ade + abd + abe) \\ D_3 &= 2 \cdot 3 \cdot (ab + ac + bc + cd + de + ce \\ &\quad + bd + be + ad + ae) \\ D_4 &= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (a + b + c + d + e) \end{aligned}$$

Važno je napomenuti da se osim prikazanog načina računanja derivacije polinoma u Vedama spominje i drugi način, koji se podudara s današnjom konvencionalnom metodom tj. podrazumijeva činjenicu da je $(a \cdot x^n)' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$.

Diferencijalni račun u Vedama koristio se za rješavanje kvadratnih jednadžbi, primjenjujući pravilo da je $D_1 = \pm\sqrt{D}$, gdje D označava diskriminantu. Tim načinom rješavanja kvadratne jednadžbe problem se svodi na rješavanje dviju linearnih jednadžbi.

Primjer 5. Neka je zadana kvadratna jednadžba $x^2 + 3x + 2 = 0$. Kako je $D_1 = 2x + 3$ te $D = 1$, prvo rješenje dobivamo iz jednadžbe $2x + 3 = 1$, a drugo iz jednadžbe $2x + 3 = -1$. Zaključujemo da su rješenja kvadratne jednadžbe -1 i -2 .

Zaključak

U ovom radu prikazana je često neistaknuta veza derivacije i faktorizacije polinoma te kako derivacijom kvadratnog trinomina možemo veoma lako riješiti kvadratnu jednadžbu.

Pojavljivanje diferencijalnog računa u Vedama fascinira svakog tko je upoznat s danas prihvaćenom povijesnom slikom kako se i kada ideja derivacije prvobitno razvila, te time otvara mnoga pitanja na koja današnji matematičari i povjesničari tek trebaju odgovoriti.

LITERATURA

- 1/ Sri Bharati Krsna Tirthaji (1965.): *Vedic mathematics or sixteen simple mathematical formulae from the Vedas*.
- 2/ Pradeep Kumar (2013.): *Vedska matematika*, HARSA-BREGANA.
- 3/ www.vedamu.org
- 4/ www.vedicmaths.org