Formativno vrednovanje s pomoću kognitivnog konflikta

Danijela Novački i
Ljerka Jukić Matić, Osijek

Ne treba se stidjeti priznanja da smo pogriješili jer to, drugim riječima, znači da smo danas pametniji nego jučer.
(Alexander Pope)

U broju 102 časopisa Matematika i škola bilo je riječi o produktivnom neuspjehu i njegovim teorijskim aspektima. U ovom članku upoznat ćemo kognitivni konflikt i njegovu upotrebu u nastavi matematike.

U svojoj nastavnoj praksi učitelji često nailaze na učeničke pogreške i neadekvatne ideje o matematičkim sadržajima. No, da bi se poučavanje moglo nastaviti, potrebno je interpretirati učenikov odgovor kako bi se ustvrdilo što je uzrok te pogreške ili ideje. Ovaj proces iznimno je važan za **formativno vrednovanje** jer učitelji mnoge svoje odluke o nastavi temelje upravo na trenutačnom učeničkom razumijevanju. Takvu odluku učitelja, kako dalje nastaviti i što učiniti s učeničkim odgovorom, vidjeli smo tijekom analize snimljenog sata čija je tema bila Pravilni mnogokuti u 7. razredu osnovne škole. Tijekom uvodnog dijela sata učiteljica je željela aktivirati prethodno znanje učenika o mnogokutima – kako zbroj veličina kutova mnogokuta možemo izračunati dijeljenjem mnogokuta na trokute i to dijagonalama iz jednog vrha. U jednom trenutku postavljeno je pitanje vezano uz zbroj veličina unutrašnjih kutova u trokutu. Razgovor između učiteljice i učenika odvijao se ovako (imena učenika su promijenjena):

Učiteljica: U 6. razredu smo učili da je zbroj veličina kutova u trokutu 180°. Je li to baš uvijek tako? Bez obzira kako trokut izgleda? Marko!

Danijela Novački, prof. mentor, Osnovna škola Retfala, Osijek, danijela.novacki@skole.hr
doc. dr. sc. Ljerka Jukić Matić, Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku, ljukic@mathos.hr

Učenik 1: Pa ne.

Učiteljica: Hajde na primjer... pravokutni trokut... Skicirat ću jedan pravokutni trokut (crta pravokutni trokut). Koja je ovo vrsta kuta? (pokazuje na pravi kut)

Učenik 1: Pravi. Iznosi 90 stupnjeva.

Učiteljica: Koja je ovo vrsta kuta? (pokazuje na šiljasti kut)

Učenik 1: Šiljasti.

Učiteljica: Do koje mjere mogu ići šiljasti kutovi?

Učenik 1: Do 89 stupnjeva.

Učiteljica: A ovaj? (pokazuje na drugi šiljasti kut)

Učenik 1: Šiljasti. Isto može ići do 89 stupnjeva.

Učiteljica: Koliko bi u tom tvome pravokutnom trokutu bio zbroj veličina unutrašnjih kutova?

Učenik 1: 178 stupnjeva.

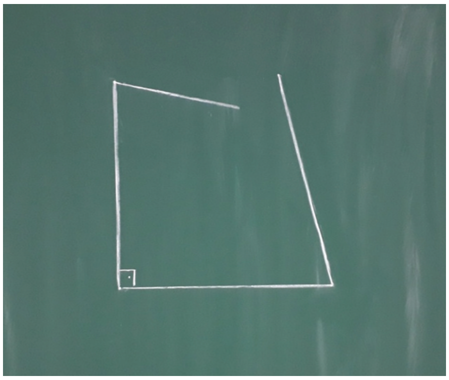
Učiteljica: A kako smo našli tih 178 stupnjeva? Dominik!

Učenik 2: Tako što smo zbrojili te od 89° i jedan od 90° i tako dobili razliku od dva stupnja.

Učiteljica: Ja ću sad nacrtati to što mi govoriš. Imam jedan pravi kut. Nacrtat ću šiljasti od 89 stupnjeva i drugi šiljasti od 89°. Hoće li to biti pravokutni trokut?

Učenik 2: Pa neće.

Rezultat ovog razgovora bio je sljedeći crtež (slika 1):



Slika 1.

Upravo su nas ovaj razgovor i učenička pogrešna ideja o zbroju veličina kutova u trokutu potaknuli da istražimo kako učeničke pogreške i pogrešne ideje možemo iskoristiti da bismo povećali razumijevanje matematičkih sadržaja. Jedna od nastavnih strategija koja potiče razvoj razumijevanja upravo je namjerno izlaganje učenika pogrešnim idejama, dovodeći učenika u **kognitivni konflikt**. No, što je to kognitivni konflikt? Kognitivni konflikt ili sukob nastaje kada se osoba suočava s idejom koja je u suprotnosti s njezinim postojećim razumijevanjem ili se dobiveni rezultat razlikuje od njezinog predviđanja (Haylock & Thangata, 2007.). Razrješavanje sukoba različitih ideja najčešće dovodi do povećanja znanja i razumijevanja.

Možemo se zapitati zašto i kada kognitivni konflikt nastaje. Kognitivni konflikt Piaget naziva još i neravnoteža i tumači ga na posve jednostavan način (Piaget, 1977.). Osoba uči kada u svoje mentalne strukture ugrađuje nova iskustva. Taj proces Piaget naziva asimilacija. Ako se i kada se novoasimilirane informacije sukobe s prethodno formiranim mentalnim strukturama, događa se neravnoteža. Ovo stanje (neravnoteža) motivira osobu da traži ravnotežu. Povratak ravnoteže rezultira onim što je Piaget nazvao akomodacija. Akomodacija rezultira razvojem novih mentalnih struktura.

Zapravo, možemo zaključiti da se novo učenje događa na samoj granici razumijevanja, kada učenik odjednom nije "siguran". Taj trenutak nastaje kada se pojavi prepreka ili kontradikcija koja predstavlja izazov: učenik je naišao na problem i postaje motiviran da taj problem riješi. Na ovaj način kognitivni konflikt djeluje kao odskočna daska za učenike koji žele dalje učiti. No, valja imati na umu i ono što učenik osjeća u ovakvim trenutcima. Kad se znanje koje učenik ima ne slaže sa situacijom u kojoj se nalazi, tada on osjeća ili frustraciju/nelagodu ili želju da istraži što ne valja ili odustaje. U situacijama kada učenik nije motiviran da ustraje kada "zapne", učitelj je taj koji bi ga trebao motivirati i potaknuti da nastavi dalje. Stoga je važno pružiti potporu učenicima kada se nađu u kognitivnom konfliktu jer pozitivna iskustva s kognitivnim konfliktom utječu na iduće epizode u kojima će se učenik naći.

Kognitivni konflikt možemo isprovocirati tijekom usvajanja znanja, no učitelj može uočiti da učenik ima pogrešne ideje o nekim pojmovima i tijekom aktivacije znanja potrebnog za nastavnu temu koja slijedi. Tu također treba učenika suočiti s njegovom pogrešnom idejom. Kognitivni konflikt može nastati i tijekom rasprave između učenika koji razmjenjuju svoja rješenja. Vršnjačka rasprava potiče učenike da slušaju koje su metode i načine rješavanja upotrijebili drugi učenici. U ovoj situaciji učenik s naivnim ili ograničenim razumijevanjem matematičke ideje dolazi u kognitivni konflikt i modificira svoje razumijevanje kako bi se prilagodio idejama drugih učenika. Različita istraživanja (navedena su kasnije u tekstu) pokazuju da kognitivni konflikt ima dobar učinak na produbljivanje razumijevanja i dugotrajnost znanja. Upotreba kognitivnog konflikta kao strategije za razvoj dubljeg matematičkog razumijevanja pokazuje koliko je važno poznavati ideje koje učenici imaju i načine na koji misle.

Kako bismo izvukli maksimalnu korist u nastavi matematike, primjenjujući kognitivni konflikt, potrebno je razmotriti nekoliko smjernica (Sayce, 2009.):

- Učitelj mora biti svjestan koje znanje učenici imaju o prethodnim temama da bi mogao osmisliti aktivnost koja se nadovezuje na učenička iskustva.
- I učenik i učitelj moraju imati volju za rad u okruženju koje izaziva frustraciju. Prethodna iskustva uvelike utječu na učeničku reakciju.
- Okruženje u razredu ne smije biti natjecateljsko. Učenici trebaju poštovati jedni druge i tuđe ideje. Učenici se trebaju osjećati sigurno u razrednom okruženju kako bi mogli slobodno iznijeti svoje ideje, makar one bile i pogrešne.
- Učitelj treba biti otvoren – nekad učitelj ne vidi ono što učenik vidi.
- Učitelj treba omogućiti učenicima i da se “muče” s nekom aktivnošću. To gradi ustrajnost u rješavanju problema. No, ako učitelj učenika ostavi da se predugo “muči”, tada nastaje kontraefekt. Učenik treba imati osjećaj nekog napretka, stoga je potreban balans u ovom procesu.

Primjeri kojima možemo ostvariti kognitivni konflikt

Pogledajmo nekoliko primjera u kojima možemo isprovocirati/ostvariti kognitivni konflikt.

Razvrstavanje brojeva

Zadatci u kojima se od učenika traži da razvrstaju brojeve prema određenom svojstvu najčešće koriste princip isključivosti. To znači da brojevi najčešće pripadaju samo jednom skupu. No, pogledajmo idući primjer. Učenici trebaju razvrstati dane brojeve u dvije skupine, višekratnike broja 3 i parne brojeve: $2, 3, 4, 8, 9, 10, 15, 20, 21$. Ako se u zadanom skupu pojave brojevi poput 6, 12 i 18, učenici se suočavaju sa situacijom da ovi brojevi pripadaju u oba skupa jer su to višekratnici broja 3, a uz to i parni brojevi. Učitelj treba pomoći učenicima da artikuliraju poteškoću koju treba riješiti, stoga ovaj kognitivni konflikt može dovesti do toga da učenici sami zaključe da se skupovi brojeva prikazani Vennovim dijagramima trebaju “preklapati” kako bi brojevi bili u oba skupa. Na ovaj način rješavanje kognitivnog konflikta dovodi do boljeg matematičkog razumijevanja veza među brojevima. Ova aktivnost može izvrsno poslužiti kod teme o presjeku skupova.

Uspoređivanje decimalnih brojeva

Tanner & Jones (2000.) opisuju studiju koja je provedena među jedanaestogodišnjacima kojima je dan sljedeći zadatak.

Zaokruži najmanju vrijednost među ponuđenima:

a) 0.3751 b) 0.25 c) 0.5 d) 0.125.

Postotak odgovora na dano pitanje bio je sljedeći: a) 34 % b) 2 % c) 43 % i d) 17 %. Česta i u istraživanjima dokumentirana pogreška koju učenici čine jest tendencija zanemarivanja decimalne točke i razmatranja vrijednosti značajnih znamenki kao da su dani prirodni brojevi. To se pokazalo i u ovoj studiji; 43 % učenika smatralo je da je najmanja vrijednost 0.5. Druga pogrešna ideja koju učenici imaju u vezi decimalnih brojeva vezana je uz broj decimala iza decimalne točke; što je veći broj decimala iza decimalne točke, to je broj manji. Tako je 34 % učenika odabralo 0.3751 kao točan odgovor.

Problem u kojem se pojavljuje kognitivni konflikt može poslužiti kod teme uspoređivanja decimalnih brojeva. Na samom početku sata učenicima možemo postaviti problem koji sadrži dvije pogrešne ideje o uspoređivanju decimalnih brojeva:

Moja prijateljica Sanja kaže da je 375 veće od 125, što je veće od 42, pa je prema tome $0.375 > 0.125 > 0.42$. Je li ona u pravu?

Učenici u skupinama trebaju razmisliti o rješenju problema, a učenički odgovori mogu poslužiti za glavnu aktivnost poučavanja. Tijekom poučavanja svatko treba rabiti brojevni pravac kao model za vizualizaciju brojeva. Na kraju se treba vratiti na početnu aktivnost i od učenika tražiti da uz pomoć brojevnog pravca obrazlože zašto su ideje (zanemarivanje decimalne točke i više decimalnih mjesta iza decimalne točke znači manji decimalni broj) netočne.

Graf eksponencijalne funkcije

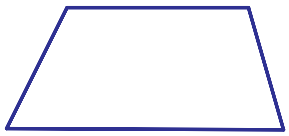
Prethodno znanje koje učenici moraju imati prije rada s grafom eksponencijalne funkcije uključuje potencije racionalne baze s cjelobrojnim i racionalnim eksponentima te ucrtavanje točaka u koordinatni sustav.

Glavna aktivnost nastavnog sata koja se provodi s učenicima treba imati istraživački karakter. Učenici trebaju nacrtati grafove funkcija danih formulama $f_1(x) = 2^x$, $f_2(x) = 3^x$, $f_3(x) = 4^x$ i $f_4(x) = 1.5^x$, $x \in [-5, 5]$ u istom koordinatnom sustavu. Zatim učenici trebaju nabrojati svojstva eksponencijalnih funkcija koja opažaju na grafu. Opažanja mogu uključivati oblik grafa, točku u kojoj grafovi sijeku os y, kako se grafovi funkcija ponašaju kada x ide u $-\infty$, odnosno $+\infty$, presijecaju li grafovi os x, kakve su vrijednosti funkcija, raste li funkcija ili pada... Kognitivni konflikt može se potaknuti zahtjevom da učenici skiciraju grafove funkcija danih izrazima $f_5(x) = 0.5^x$, $f_6(x) = 1^x$, $f_7(x) = (-3)^x$. Za $f_5(x) = 0.5^x$ učenici trebaju opaziti da uzorak koji su uočili za prethodne eksponencijalne funkcije ne odgovara u potpunosti ovom slučaju. Za $f_6(x) = 1^x$ trebaju uočiti da je graf pravac, a za $f_7(x) = (-3)^x$ trebaju uočiti da vrijednosti funkcije osciliraju ovisno o tome je li eksponent paran ili neparan. Konflikt se može pojačati tako da se od učenika traži da pronađu čemu je jednako $f_7(x) = (-3)^x$ za $x = \frac{1}{2}$. Ova razmatranja dovode do zaključka kako je i zašto eksponencijalna funkcija definirana izrazom $f(x) = a^x$, gdje je $a > 0$, $a \neq 1$, domenom $\mathbf{R}$ i slikom $\mathbf{R}^+$.

Preciznost definicija

Učenici su često vezani uz tipični prikaz nekog geometrijskog objekta. Učenici bi trebali rabiti i matematičke definicije kako bi identificirali geometrijske objekte, a ne se samo oslanjati na tipične prikaze objekata. Kognitivni konflikt je strategija koja nam omogućava da učenike "prisilimo" da preispitaju svoje postojeće mentalne prikaze nekog objekta.

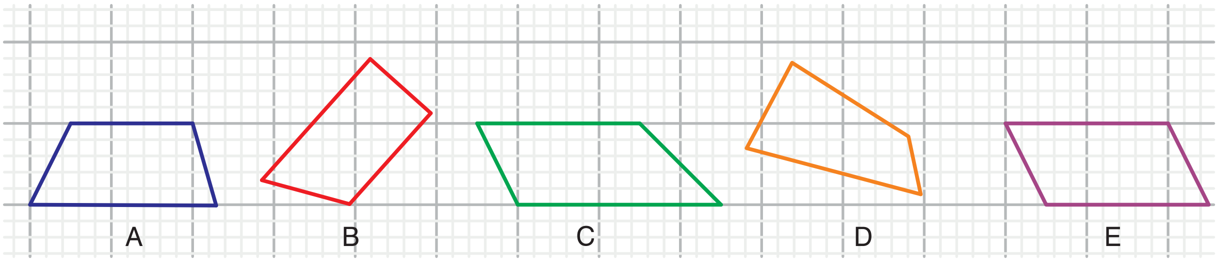
Pregledavanjem udžbenika za 6. razred osnovne uočili smo da je najčešći prikaz trapeza u sljedećem položaju (slika 2):



Slika 2.

Učitelj može učenicima dati zadatak u kojem među ponuđenim četverokutima trebaju identificirati trapeze (slika 3). Zadatak može sadržavati trapez u tipičnom prikazu (A), ali i četverokut koji nije trapez (D).

Ovakav zadatak treba potaknuti diskusiju koji su četverokuti trapezi osim A. Kognitivni konflikt nastaje kada se učenici suoče s primjerima koji ih potiču da propituju svoje nepotpuno razumijevanje trapeza, kada se oslanjaju samo na vizualni prikaz, a ne i na definiciju. Tako dolaze i do paralelograma koji ima dva para paralelnih stranica. Je li i taj četverokut trapez ili nije?



Slika 3.

Kognitivni konflikt kao nastavna strategija

Bell (1993.) i Swan (2006.) dizajnirali su niz studija koje su pokazale da je nastava matematike koja uključuje kognitivni konflikt učinkovitija za dugoročno učenje od predavačke metode ili vođenog otkrivanja. Osmislili su i tijek sata u kojem se rabi kognitivni konflikt, što su nazvali ***dijagnostičko poučavanje***. Takva nastava započinje s problemom, rabi izlaganje učeničkih ideja, nastavlja raspravom u malim skupinama i na kraju diskusijom s cijelim razredom radi rješavanja poteškoća i pogrešnih ideja. Istraživači su utvrdili da je eksplicitno rješavanje kognitivnog konflikta tijekom nastave poboljšalo učenička postignuća i dugoročno znanje. Također su utvrdili da je izbjegavanje konflikta davanjem objašnjenja prije davanja problema manje učinkovito od dijagnostičkog poučavanja. Dakle, razrješenje kognitivnog konflikta kroz diskusiju ključno je za ovaj nastavni pristup.

Shayer i Adey (1994.) razvili su programe nazvane “kognitivno ubrzanje kroz prirodoslovno obrazovanje” (engl. *Cognitive Acceleration in Science Education*, skrać. CASE) i “kognitivno ubrzanje kroz matematičko obrazovanje” (engl. *Cognitive Acceleration in Mathematics Education*, skrać. CAME). CASE i CAME dizajnirani su tako da zamijene redovne sate prirodoslovlja (engl. *science*) i matematike, i to svaka dva tjedna tijekom dvije godine, lekcijama koje su se usredotočile na deset Piagetovih formalnih operacija. Svaka lekcija zasnivala se na trima glavnim načelima: kognitivni konflikt, društvena konstrukcija (rasprava o znanstvenim idejama u malim skupinama) i metakognicija (ili reflektivna apstrakcija). Možemo uočiti da CAME i CASE imaju poveznice s dijagnostičkim poučavanjem jer oba pristupa stavljaju naglasak na važnost kognitivnog konflikta i diskusiju.

Primijećeno je kako u studijama koje su ispitivale učinak CAME lekcija, učitelji ponekad nisu stigli odraditi razrješavanje konflikta s cijelim razredom na satu u kojem se konflikt pojavio. Ti su učitelji izjavili da se osjećaju nelagodno što ostavljaju neriješena pitanja na kraju lekcije. Dodatna ispitivanja utvrdila su da je njihova zabrinutost uglavnom neutemeljena. Nije bilo dokaza da je učenje bilo kompromitirano jer je sat završio bez razrješenja konflikta. Također se pokazalo kako su mnogi učenici bili motivirani da nastave razmišljati izvan nastave, u svoje slobodno vrijeme (Adey & Shayer, 2002.). Međutim, važno je naglasiti da konflikt *mora biti razriješen* u nekom trenutku kako ne bi učenike demotivirao i frustrirao.

U Hrvatskoj su Mišurac-Zorica i Cindrić (2012.) provele eksperimentalnu studiju u kojoj su longitudinalno, u jednoj školskoj godini pratile 234 učenika petog razreda osnovne škole. Učenici su bili podijeljeni u dvije jednake skupine. U eksperimentalnoj skupini s učenicima se diskutiralo, otkrivane su njihove pogrešne ideje i pogreške te je strategija kognitivnog konflikta korištena da učenici sami dođu do ispravnih koncepata. U kontrolnoj skupini učenici su učili postupke i uvježbavali zadatke. U studiji je ispitana uspješnost obje skupine učenika na temu dijeljenja decimalnih brojeva. Rezultati studije pokazali su da poučavanje učenika primjenom strategije kognitivnog konflikta i diskusije povećava uspješnost učenika u proceduralnom i konceptualnom znanju dijeljenja decimalnih brojeva u odnosu na učenike u kontrolnoj skupini. U zadatcima koji su ispitivali konceptualno znanje eksperimentalna skupina u potpunosti je nadmašila učenike u kontrolnoj skupini, pri čemu je razlika u rezultatima bila statistički značajna.

Europska unija 2013. financirala je istraživački projekt FaSMEd (*Formative Assessment in Science and Mathematics Education*,

`https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit`),

koji je okupio osam europskih sveučilišta. U sklopu projekta razvijeni su alati za formativno vrednovanje u nastavi matematike i prirodoslovlja, potpomognuti tehnologijom. Fokus projekta stavljen je na učenike koji imaju poteškoće u nastavi. Izrađeni su kompletni nastavni materijali: priručnik za nastavnike, moduli stručnog usavršavanja te pripreme za nastavu na određene teme. Zanimljivo je da materijali u velikoj mjeri rabe strategije rasprave i kognitivnog konflikta.

Planiranje kognitivnog konflikta

No, i mi sami možemo osmisliti situacije u kojima će se učenici naći u kognitivnom konfliktu. Učitelj treba predvidjeti ključno pitanje koje će vrlo vjerojatno izazvati kognitivni konflikt. Ono je obično u obliku poznate pogrešne ideje. Moguće je i da se tijekom sata pojave i drugi neočekivani konflikti i učitelj treba biti spreman prilagoditi se u skladu s tim. Posebna se pažnja treba posvetiti prethodnom znanju, što će uvelike pomoći u procesu planiranja kognitivnog konflikta, a posebno tijekom postavljanja pitanja na satu.

Pregledavajući postojeću literaturu o kognitivnom konfliktu, uočili smo da se struktura dijagnostičkog poučavanja i CAME lekcija može prilagoditi za naše nastavne sate ili za dio sata (tablica 1).

Osvrnimo se i na nastavni sat s početka članka. U nastavku sata učiteljica je uspješno razriješila kognitivni konflikt – aktivirala je i druge učenike i postavljala pitanja poput: može li trokut imati dva prava kuta, može li trokut imati izbočeni kut, zašto ne može, koliki je zbroj veličina kutova u jednostraničnom trokutu... Učenici s početka priče reagirali su na kraju s "Aha!", što govori da se njihova mentalna struktura reorganizirala. Iako je sat bio namijenjen temi Pravilni mnogokuti, ona se nije mogla poučavati bez razrješenja kognitivnog konflikta.

I za kraj, dajemo još jedan nama zanimljiv primjer. Nakon upoznavanja dijelova kruga učiteljica postavlja pitanje koje izaziva kognitivni konflikt: Je li polukrug kružni isječak ili kružni odsječak?

Učenica: Kružni odsječak.
Učiteljica: Zašto?
Učenica: Jer je omeđen promjerom, koji je najdulja tetiva i kružnim lukom.
Učiteljica: A čime je omeđen kružni isječak?
Učenica: S dva polumjera i kružnim lukom.

Priprema	Procijeniti prethodno znanje učenika npr. provesti inicijalnu aktivnost kojom se kod učenika žele osvijestiti intuitivne interpretacije određenih matematičkih sadržaja. Dati učenicima aktivnosti za uvođenje terminologije i konteksta, povezujući to s prethodnim znanjem.
Kognitivni konflikt	Učenicima dati problem kao izazov koji je postavljen *iznad* trenutačne razine znanja.
Metakognicija	Ohrabriti učenike da objasne što misle, što im je bilo teško, što su naučili, koje su pogreške napravili i kako su ih ispravili.
Transfer	Učenicima dati aktivnosti koje pomažu u transferu razmišljanja u nove situacije.

Tablica 1.

Učiteljica: A ne čine li promjer dva polumjera?

Učenica: Pa, da...

Učiteljica: I je li onda polukrug i kružni isječak?

Učenica: Paaa, mogao bi biti...

Učiteljica: Što misle ostali?

Učenici: Je. Kružni isječak je!

Učiteljica: I, što je sad polukrug? Kružni odsječak ili kružni isječak?

Učenici: Može biti i jedno i drugo! Svejedno kako ga nazovemo!

LITERATURA

1/ P. Adey, & M. Shayer (1994.): *Really raising standards*, Routledge, London.

2/ A. Bell (1993.): Some experiments in diagnostic teaching, *Educational Studies in Mathematics*, 24, str. 115–137, `https://doi.org/10.1007/BF01273297`

3/ D. Haylock & F. Thangata (2007.): *Key concepts in teaching primary mathematics*, Sage, London.

4/ I. Mišurac-Zorica i M. Cindrić (2012.): Prednosti diskusije i kognitivnog konflikta kao metode rada u savremenoj nastavi matematike, *Zbornik instituta za pedagoška istraživanja*, 44(1), str. 92–110.

5/ J. Piaget (1977.): *The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures*, New York: Viking Press.

6/ L. Sayce, (2009.): *The route to cognitive conflict: a planning toolkit for teachers*, National Center for Exellence in Teaching Mathematics & Reading Borough Council, London.

7/ M. Shayer, & P. Adey, (2002.): *Learning intelligence*, Open University Press, London.

8/ M. Shayer, & P. Adey (1993.): Accelerating the development of formal operational thinking in high school pupils, IV: Three years on after a two-year intervention, *Journal of Research in Science Teaching*, 30(4), str. 351–366.

9/ M. Swan (2006.): Collaborative learning in mathematics, `http://twittermathcamp.pbworks.com/w/file/fetch/98345576/Collaborative%2520Learning%2520in%2520Mathematics.pdf`

10/ M. Swan, G. Wake & M. Joubert (2015.): *Developing conceptual understanding through cognitive conflict and discussion in mathematics and science education*, `https://research.ncl.ac.uk/fasmed/positionpapers/`

11/ H. Tanner & S. Jones (2002.): *Becoming a successful teacher of mathematics*, Routledge, London.

12/ FaSMEd `https://microsites.ncl.ac.uk/fasmedtoolkit/`

Obavijest

Poštovane kolegice i kolege,

9. Kongres nastavnika matematike odgađa se do daljnjeg zbog trenutne situacije. Novi termin kongresa bit će na vrijeme objavljen.

Srdačan pozdrav,

Organizacijski odbor Kongresa