

O vedskom načinu množenja



Nikolina Lončar, Rijeka

Vedska matematika je drevni matematički sustav koji potječe iz indijskih spisa pod nazivom Vede. Vede čini korpus najstarijih svetih tekstova hinduizma pisanih na sanskrtu, koji datiraju iz vremena preko 5000 godina u prošlost. Riječ Veda na sanskrtu označava sveto znanje, najvišu istinu.

Uvod

Drevni sustav vedske matematike “ponovno” je, iz indijanskih sanskrtskih tekstova između 1911. i 1918. godine, otkrio i približio Zapadu Sri Bharati Krsna Tirthaji (1884.–1960.), kojeg danas nazivamo i ocem vedske matematike. Početkom dvadesetog stoljeća, kada je vladao velik interes za sanskrtske tekstove u Europi, Bharati Krsna, koji je bio stručan u području sanskrtskog jezika, matematike, povijesti i filozofije, proučavao je vedske tekstove te nakon dugotrajne i pažljive istrage uspio je rekonstruirati matematiku Veda. Prema njegovim istraživanjima, sva se matematika temelji na šesnaest sutri i trinaest sub-sutri, koje predstavljaju formule izražene riječima.

Bharati Krsna je napisao šesnaest svezaka koji objašnjavaju vedski sustav. Svesci su bili nepobitno izgubljeni, a kad je gubitak potvrđen, u posljednjim godinama svoga života Bharati Krsna napisao je jednu knjigu: *Vedska matematika*, koja je objavljena 1965. godine, pet godina nakon njegove smrti.

Zanimljivo je da ovo znanje matematike potječe iz daleke prošlosti no nikako se ne uklapa u službenu povijesnu sliku kako je tada čovjek živio i koja je znanja posjedovao, već je jasno ostavljen trag o postojanju visoko razvijene civilizacije u davnoj prošlosti.

Tehnika križanja

Tehnika križanja potječe iz Urdhva-Tiryagbyham sutre (vertikalno i dijagonalno) te se primjenjuje za množenje dvaju proizvoljnih brojeva. Postupak ćemo objasniti kroz slučajeve:

U prvom slučaju pokazat ćemo postupak množenja dvaju dvoznamenkastih brojeva.

Da bismo mogli obaviti množenje, potrebno je prvo pronaći “pravilo” kojim se množenje odvija.

Označimo sa $A_1 = ax + b$ i $A_2 = cx + d$ dva dvoznamenkasta broja, gdje je $x = 10$ te brojevi $a, b, c, d \in \{0, \dots, 9\}$.

Nikolina Lončar, Odjel za matematiku, Sveučilište u Rijeci, Rijeka, nikolina.loncar3@gmail.com

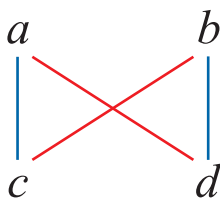
Naslovna slika preuzeta sa <https://byjus.com/free-gmat-prep/gmat-quant-vedic-maths-tips-and-tricks/>

Promatramo sada izraz

$$A_1 \cdot A_2 = (ax+b) \cdot (cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd.$$

Uvidamo da je slobodni koeficijent izraza $A_1 \cdot A_2$ jednak vertikalnom umnošku slobodnih koeficijenata zadanih brojeva, linearni koeficijent izraza $A_1 \cdot A_2$ jednak je zbroju dijagonalnih umnožaka linearnog koeficijenta broja A_1 i slobodnog koeficijenta broja A_2 i slobodnog koeficijenta broja A_1 i linearnog koeficijenta broja A_2 te je vodeći koeficijent izraza $A_1 \cdot A_2$ jednak vertikalnom umnošku linearnih koeficijenata zadanih brojeva.

Dobiveni zaključak možemo prikazati na sljedeći način:



Slika 1. Shema množenja

Prikazano "pravilo" množenja nadalje koristimo kao shemu po kojoj se množenje odvija. Postupak ćemo prikazati na jednostavnom primjeru množenja brojeva 14 i 12.

Potpisemo brojeve 14 i 12 jedan ispod drugog.

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

Kako se izraz $A_1 \cdot A_2$ sastoji od triju pribrojnika, slijedi da se u postupku množenja pojavljuju tri dijela rješenja koja se odvajaju kosom crtom te se nakon izvršavanja postupka dijelovi spajaju u konačno rješenje. Postupak se odvija zdesna na lijevo. Prateći shemu množenja, prvi dio rješenja dobivamo množenjem brojeva 4 i 2. Nadalje, drugi dio rješenja dobivamo tako da pomnožimo brojeve 1 i 2 i 1 i 4 te zbrojimo dobivene umnoške, dok treći

dio rješenja dobivamo množenjem brojeva 1 i 1. Time dolazimo do konačnog rješenja: 168.

Bitno je napomenuti da brojevi koji predstavljaju prvi i drugi dio rješenja moraju biti sastavljeni od jednoznamenkastih brojeva; ako to nisu, broj koji predstavlja sve one znamenke koje se nalaze ispred posljednje znamenke broja dodaju se broju u sljedećem dijelu rješenja. Tek kada su svi dijelovi rješenja osim zadnjeg dijela sastavljeni od jednoznamenkastih brojeva, dijelove možemo spojiti i proglasiti dobiveni broj umnoškom zadanih brojeva.

Primjer 1.

$$48 \cdot 47 \rightarrow 4 \cdot 4 / 4 \cdot 7 + 4 \cdot 8 / 8 \cdot 7 \\ \rightarrow 16 / 60 / 56$$

Kako je prvi dio rješenja jednak 56, broj 5 dodaje se idućem dijelu, dok je prvi dio rješenja sada jednak 6.

$$\rightarrow 16 / 60 + 5 / 6 \rightarrow 16 / 65 / 6$$

Nadalje ponavljamo isti postupak i za drugi dio rješenja dodavajući broj 6 idućem dijelu, stoga drugi dio rješenja sada iznosi 5, a zadnji 22.

$$\rightarrow 16 + 6 / 5 / 6 \rightarrow 22 / 5 / 6$$

Naposlijetku spajamo dijelove rješenja i dolazimo do konačnog rješenja: 2256.

Prikazani postupak nije primjenjiv samo za množenje dvaju dvoznamenkastih brojeva, već i za množenje dvoznamenkastog broja $A_1 = ax + b$ i jednoznamenkastog broja $A_2 = cx + d$, gdje koeficijent c broja A_2 u postupku množenja moramo izjednačiti s nulom.

Primjer 2.

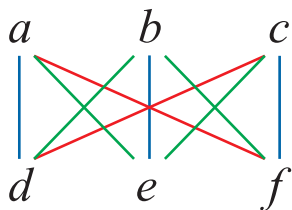
$$12 \cdot 7 \rightarrow 1 \cdot 0 / 1 \cdot 7 + 2 \cdot 0 / 2 \cdot 7 \\ \rightarrow 0 / 7 / 14 \rightarrow 0 / 8 / 4 \rightarrow 84$$

U drugom slučaju pokazat ćemo postupak množenja dvaju troznamenkastih brojeva. Analogno kao u prvom slučaju, potrebno je prvo pronaći "pravilo" po kojem se množenje odvija. Označimo sa $A_1 = ax^2 + bx + c$ i $A_2 = dx^2 + ex + f$ dva

troznamenkasta broja, gdje je $x = 10$ i brojevi $a, b, \dots, f \in \{0, \dots, 9\}$. Nadalje imamo da je

$$\begin{aligned} A_1 \cdot A_2 &= (ax^2 + bx + c) \cdot (dx^2 + ex + f) \\ &= adx^4 + cdx^2 + aex^3 + bdx^3 + bex^2 \\ &\quad + cex + afx^2 + bfx + cf \\ &= adx^4 + (bd + ae)x^3 + (cd + be + af)x^2 \\ &\quad + (ce + bf)x + cf \end{aligned}$$

što možemo prikazati na sljedeći način:



Slika 2. Shema množenja

Primjer 3.

$$\begin{aligned} 453 \cdot 348 &\rightarrow 4 \cdot 3/4 \cdot 4 + 5 \cdot 3/3 \cdot 3 + 4 \cdot 8 \\ &\quad + 5 \cdot 4/5 \cdot 8 + 4 \cdot 3/3 \cdot 8 \\ &\rightarrow 12/31/61/52/24 \end{aligned}$$

Sva su pravila ista kao i za množenje dvaju dvoznamenkastih brojeva, stoga svi dijelovi rješenja osim zadnjeg dijela moraju biti sačinjeni od jednoznamenkastih brojeva, što postizemo analognim postupkom prikazanim u prvom slučaju.

$$\begin{aligned} &\rightarrow 12/31/61/54/4 \rightarrow 12/31/66/4/4 \\ &\rightarrow 12/37/6/4/4 \rightarrow 15/7/6/4/4 \end{aligned}$$

Time dolazimo do konačnog rješenja: 157 644.

Prikazani postupak primjenjiv je također i za množenje troznamenkastog i dvoznamenkastog broja te troznamenkastog i jednoznamenkastog broja, pri čemu moramo odgovarajuće znamenke izjednačiti s nulom.

Primjer 4.

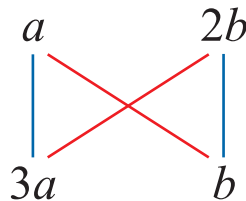
$$\begin{aligned} 145 \cdot 11 &\rightarrow 0/1 + 0/1 + 0 + 4/4 + 5/5 \\ &\rightarrow 0/1/5/9/5 \rightarrow 1595 \end{aligned}$$

Općenito je tehnika križanja primjenjiva za množenje proizvoljnih brojeva sa n znamenaka, pri čemu

je uvijek prvo potrebno pronaći "pravilo" po kojemu se množenje odvija.

Tehnika križanja može se primijeniti i u algebri:

- Želimo li izraziti čemu je jednak izraz $(a + 2b) \cdot (3a + b)$, primjenom tehnike križanja



dobivamo da je

$$\begin{aligned} (a + 2b) \cdot (3a + b) &\rightarrow 3a^2/7ab/2b^2 \\ &\rightarrow 3a^2 + 7ab + 2b^2. \end{aligned}$$

- Analogno računamo

$$\begin{aligned} (6x^2 + 5x + 2) \cdot (3x^2 + 4x + 7) &\rightarrow 18x^4/39x^3/68x^2/43x/14 \\ &\rightarrow 18x^4 + 39x^3 + 68x^2 + 43x + 14 \end{aligned}$$

Zaključak

U ovom radu predstavljen je koncept vedske matematike te prikazan tek jedan od mnogih načina množenja zabilježenih u Vedama. Vizualizacijom problema i jednostavnim pravilima, tehnika križanja omogućava nam da na brz i efikasan način izračunamo umnožak dvaju brojeva. Najveća ljepota te tehnike leži u tome što se, nakon malo vježbe, cijeli postupak može provesti misaonim putem i to u samo nekoliko sekundi!

LITERATURA

- 1/ Sri Bharati Krsna Tirthaji (1965.): *Vedic mathematics or sixteen simple mathematical formulae from the Vedas*.
- 2/ Pradeep Kumar (2013.): *Vedska matematika*, Harša, Bregana.
- 3/ www.vedamu.org
- 4/ www.vedicmaths.org