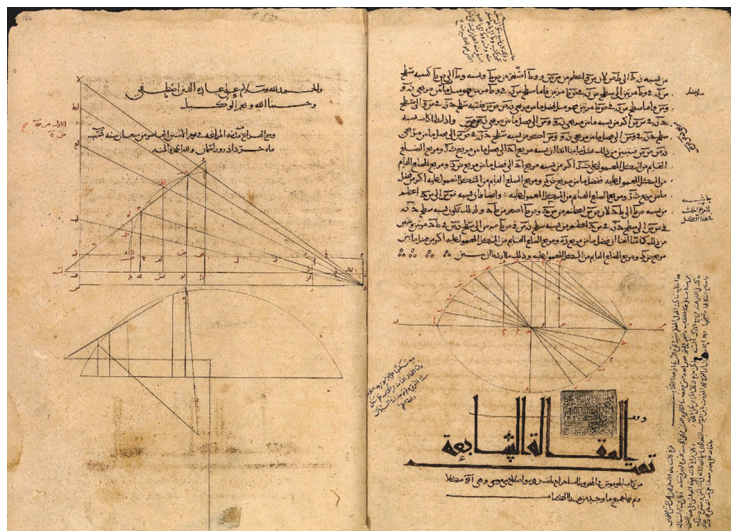


Tko je prvi... otkrio konike?

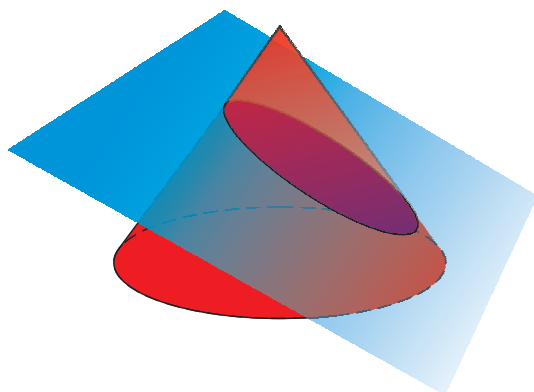
Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Konike, krivulje presjeka stošca ravninama, danas obično nazivamo krivuljama 2. reda, jer ih u analitičkoj geometriji opisujemo kvadratnim jednadžbama s dvjema nepoznanicama. No, one su bile poznate i detaljno proučene mnogo stoljeća prije nego je analitička geometrija uvedena.



Stranice iz jednog arapskog prijevoda Konika
Izvor: <https://commons.wikimedia.org/wiki>

Vjerujem da čitatelja neće previše začuditi da su konike otkrivene u doba antičke Grčke. Prvo zabilježeno ime koje se uz njih veže je **Menehmo**, starogrčki matematičar u 4. st. pr. Kr., navodni učitelj Aleksandra Makedonskog. Menehmo je promatrao tzv. normalne presjeke¹ uspravnog stošca i tako, ovisno o kutu pri vrhu stošca, dobio sva tri tipa konika: elipsu (slika 1), parabolu i hiperbolu.



Slika 1. Elipsa kao normalni presjek uspravnog šiljastokutnog stošca

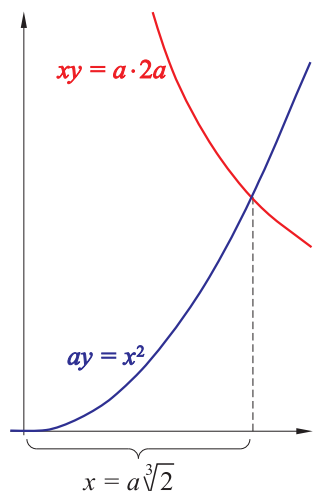
Zanimljiv je razlog koji je Menehma naveo na promatranje presjeka stožaca ravninama.

U Menehmovo su doba već bila popularna sva tri klasična problema u matematici. Stotinjak godina ranije, Hipokrat s Hiosa (o kome smo pisali u Miš-u br. 76) uočio je da se problem duplikacije kocke može svesti na problem konstrukcije (ravnalom i šestarom) srednjih geometrijskih proporcionala između a (duljina brida zadane kocke) i $2a$. Pritom, srednje geometrijske proporcionalne između dviju dužina su dužine x i y koje zadovoljavaju razmjer

$$a : x = x : y = y : (2a).$$

Nakon Hipokrata, svi spomena vrijedni pokušaji rješenja duplikacije kocke svodeni su na konstrukciju srednjih geometrijskih proporcionala između a i $2a$. Tako je činio i Menehmo, te je primijetio da jednakost po dva omjera u tom razmjeru ($a : x = x : y$,

¹ To su presjeci ravninama okomitim na izvodnice.

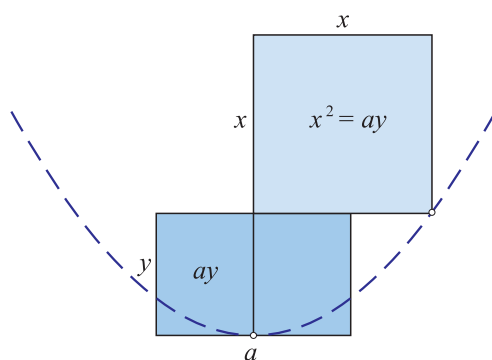


Slika 2. Moderni prikaz Menehmovog rješenja problema duplikacije kocke presjekom parabole i hiperbole

$x : y = y : (2a)$, $a : x = y : (2a)$ zadovoljavaju "širine i visine" točaka na dvjema parabolama odnosno jednoj hiperboli, te bi se stoga tražene proporcionalne mogle odrediti presjekom dvije parabole ili pak parabole i hiperbole. Modernim jezikom analitičke geometrije, ako bi se ravnalom i šestarom mogle konstruirati parabole i hiperbole, rješenje našeg problema bila bi apscisa točke koja je na dvjema od krivulja s jednažbama

$$ay = x^2, \quad 2ax = y^2, \quad xy = 2a^2.$$

Za slučaj presjeka prve parabole i hiperbole od-



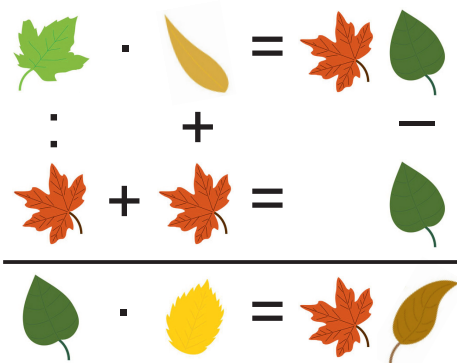
Slika 3. Parabola kao skup točaka dobiven izjednačavanjem površina

govarajuća ilustracija izgledala bi kao na slici 2. No, ne može se dovoljno istaknuti da Menehmu ne samo da nije bila na raspolaganju analitička geometrija, nego su se i omjeri doživljavali kao omjeri duljina i moralo se dokazivati da razmjer, primjerice $a : x = x : y$, odgovara skupu točaka za koje je površina pravokutnika fiksne širine a i varijabilne visine y jednaka površini varijabilnog kvadrata x^2 (slika 3). Više o Menehmovu pristupu možete pročitati u članku G. S. Stoudt, *Can You Really Derive Conic Formulae from a Cone?*²

Za kraj, spomenimo da današnji nazivi elipsa, parabola i hiperbola doduše ne potječu od Menehma, ali jesu starogrčkog porijekla. Ta je imena presjecima stošca dao **Apolonije iz Perge** (otprilike 260. – 190. pr. Kr.). On je ujedno prvi koji je detaljno opisao svojstva konika i gledao ih kao presjeke općeg stošca proizvoljnom ravninom.

Mali jesenski matematički rebus

Zamijeni znak odgovarajućom znamenkom tako da račun bude točan.



Rješenje: $8 \cdot 3 = 24$, $2 + 2 = 4$, $4 \cdot 5 = 20$

² Članak je dostupan na poveznici *online*-časopisa *Convergence*, <http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/>.