

# Kroz suradnju od teorije do prakse: Razvoj kompetencija rješavanja problema na dodatnoj nastavi matematike

Ana Kuzle, Potsdam,  
Njemačka

Mnogi (inter)nacionalni obrazovni standardi snažno podržavaju uključivanje rješavanja problema u nastavu matematike. Međutim, empirijske studije i studije velikih razmjera, kao što su PISA i TIMSS, prikazuju drukčiju situaciju: mnogi učenici često ne znaju riješiti problemske zadatke i nastavnicima nedostaju nastavni materijali s didaktičkim komentarima kojima bi unapređivali učenikove kompetencije rješavanja matematičkih problema. Upravo je razvoj didaktičkog materijala za učenike i popratnog materijala za nastavnike od ključne važnosti za prevladavanje jaza između teorije i prakse.



## Uvod

Kvalitativna analiza njemačkog školskog sustava ocjenjuje usklađenost nastavnih praksa s državnim obrazovnim standardima. Jedna takva kvalitativna analiza provedena je u jednoj urbanoj školi, u kojoj su promatrani različiti nastavni satovi i ocjenjivani u 36 područja. Rezultati u području *rješavanja*

*matematičkih problema* pokazuju prilično lošu sliku: rješavanje problemskih zadataka rijetko je uključivano u nastavu. Kada je to i bio slučaj, problemske zadatke rješavao je nastavnik; nastavnim satom dominirali su uglavnom rutinski zadatci, a strategije za rješavanja problema (tako zvane heuristike) primjenjivane su u samo jednoj trećini primjera. Navedena škola prepoznala je ovaj nedostatak i za cilj postavila razvoj kompetencija

rješavanja matematičkih problema s fokusom na unapređivanje strategija za rješavanje problema. Ovaj reformski program uključio je suradnju obrazovnih istraživača s fakulteta i nastavnika iz škole, s ciljem prevladavanja jaza između teorije i prakse. Istraživanje na temelju *Design based research-paradigme* (DBR) odabrano je kao znanstveni predložak za ostvarivanje navedenog cilja.

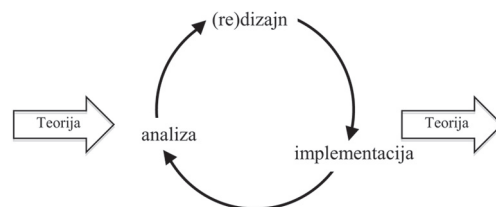
U ovom radu prikazan je mali dio istraživačkog projekta SymPa<sup>1</sup> (*Systematical and material based development of problem solving competence*) s naglaskom na suradnji nastavnika i istraživača. Cilj je bio razvoj kurikuluma za učenike 6. razreda za dodatnu nastavu matematike s fokusom na rješavanje problemskih zadataka. Vodeće pitanje bilo je: *Kako se razvijeni materijal može provesti u praksi, podupirući teorije o razvoju sposobnosti rješavanja problema korištenjem DBR-a?* U sljedećim odlomcima ukratko su iznesene relevantne teorijske i metodološke osnove korištene u dizajniranju kurikuluma za rješavanje matematičkih problema, a nakon toga je pokazano kako su one integrirane i provedene u nastavnim materijalima za učenike. Na kraju članka je predstavljena evaluacija nastavnog materijala za učenike i rasprava o potrebi redizajna kurikuluma za učenike 6. razreda koji bi omogućio učinkovitiju provedbu u praksi.

## DBR-paradigma

DBR je istraživačka paradigma povezana s inovativnim razvojem postupaka učenja i poučavanja. Wang i Hannafin (2005.) su definirali DBR ... *kao sustavnu, ali fleksibilnu metodologiju čiji je cilj poboljšanje nastavne prakse kroz učestale analize, dizajn, razvoj i implementaciju, na temelju suradnje između istraživača i praktičara u stvarnom okruženju, a što dovodi do kontekstualno osjetljivih načela dizajna i teorije* (str. 6–7).

Wang i Hannafin (2005.) ovime posebno naglašavaju fleksibilan karakter DBR-a i važnost po-

vezanosti teorije i prakse, za razliku od drugih istraživačkih paradigmi. *Design-Based Research Collective* (DBRC) (2003.) oslanja se na cikličku i neprekidnu prirodu DBR-a koja je tvorena od sljedećih faza: dizajna, implementacije, analize i redizajna (slika 1). Pod *dizajnom* se podrazumijeva teorijski razvoj okoline ili materijala za učenje i poučavanje koji će biti implementirani u fazi *implementacije*. U sljedećem koraku prethodno razvijena okolina ili materijal za učenje i poučavanje bivaju analizirani u fazi *evaluacije*. Poboľšanja se zatim implementiraju u fazi *redizajna* i ciklus počinje ispočetka. Bitno je da je dizajn teorijski utemeljen, a potom će se dalje razvijati kroz višestruku primjenu DBR-ciklusa. Dakle, rezultat bilo kojeg DBR-pristupa je razvoj novih "kontekstualiziranih" teorija.



Slika 1. Ciklus istraživanja na temelju DBR-paradigme

DBR kao metodologiju karakteriziraju sljedećih pet obilježja: DBR-paradigma je (1) pragmatična, (2) utemeljena, (3) interaktivna, iterativna i fleksibilna, (4) integrativna te (5) kontekstualna (Wang i Hannafin, 2005.).

## Dizajn: Teorijska podloga za fazu dizajna

Sposobnost rješavanja problema odnosi se na kognitivna (ovdje heuristička), motivacijska i voljna znanja, vještine i postupke pojedinca potrebne za samostalno i učinkovito suočavanje s matematičkim problemima (Bruder 2002.; Bruder i Collet 2011.; Kuzle i Bruder 2016.; Kuzle i Gebel 2016.). U skladu s tim, učenici trebaju:

<sup>1</sup> SymPa je skraćenica od "Systematischer und materialgestützter Problemlösekompetenzaufbau". Inga Gebel (istraživač) i Christian Conradi (nastavnik) su inicirali projekt i sudjelovali u njemu.

- 1) naučiti pristupe (heuristike) za rješavanje matematičkih problema i kako ih primijeniti na odgovarajući način u određenoj situaciji
- 2) razviti promišljanje o vlastitim postupcima (refleksija) i
- 3) razvijati spremnost za naporan rad (usp. Bruder 2002.; KMK 2003.).

Mnoštvo istraživanja o rješavanju problema koja traju još od 1970-ih identificiralo je nekoliko ključnih područja za kurikulum rješavanja matematičkih problema. Prema navedenom, operacionalizacija kompetencije za rješavanje matematičkih problema uključivala bi sljedeća područja istraživanja: nastavne pristupe i koncepte pri rješavanju problema, teorije samoregulacije učenja i samoregulacije u rješavanju problema te teorije motivacije. U prethodnom izdanju MiŠ-a (br. 86, Kuzle 2016.) detaljno je izložen jedan dio istraživanja koji je bio presudan za projekt, a koji je ovdje ukratko predstavljen.

(1) *Intuitivno upoznavanje*: U ovoj fazi nastavnik služi kao uzor pri uvođenju problema učenicima. To se postiže kroz usmjeravanje ponašanja tipičnih za problem, uključivanjem u samoispitivanja koja se odnose na različite faze procesa rješavanja problema (*prije, za vrijeme i poslije*), i na taj način vodi učenike.

(2) *Eksplicitno učenje strategija*: Tijekom ove faze učenike se izričito uvodi u heuristička pitanja na temelju refleksije iz prve faze. Ovdje se raspravljaju i imenuju posebnosti heuristike.

(3) *Produktivna faza vježbanja*: U ovoj fazi učenici vježbaju rješavanje problema s pomoću heurističkih pitanja te se proširuju mogućnosti iz prethodnih dviju faza. Diferencijacija bi trebala biti vodeći koncept tijekom ove faze, tako da učenici mogu birati kognitivnu razinu na kojoj žele raditi i prilagoditi postupak učenja.

(4) *Proširenje konteksta*: U ovoj fazi učenici vježbaju korištenje heurističkih pitanja i strategija neovisno o matematičkom kontekstu.

(5) *Svjesnost vlastitog modela rješavanja problema*: Svijest o vlastitom modelu rješavanja problema može se inducirati tako da učenici promišljaju i dokumentiraju svoj model (Bruder i Collet, 2011.).

Kompetencija rješavanja problema obuhvaća i **sposobnost za naporan rad** (Bruder 2002.; KMK 2003.), koji se odnosi na motivaciju. Učenička motivacija je jedan od glavnih faktora za uspješno rješavanje problema. Bez učenikova napora, usvajanje neće biti uspješno. Bruder (2002.) sažima kriterije za motivirajuće zadatke:

- razumljiv i jasan problem
- kontekst primjeren uzrastu i
- vidljiv rast sposobnosti.

Uz to, razmatrani su i drugi kriteriji, kao što su kognitivni nivo, diferencijacija te kognitivna aktivacija.

Kurikulum za rješavanje matematičkih problema razvijen je u suradnji dva istraživača i jednog praktičara (nastavnik iz projektne škole). Konkretnije, istraživački tim razvio je nastavni plan i program na temelju navedenih teorija i školskih kontekstualnih čimbenika o kojima se otvoreno raspravljalo. Kurikulumski materijali (npr. problemi, tekstualni dijelovi, slike, dizajn materijala) bili su razvijani ili odvojeno od strane istraživačkog tima pa kasnije raspravljani s nastavnikom ili u suradnji kompletnog tima. Konačnu odluku o kurikulumu za rješavanje matematičkih problema (npr. sadržaj, problemi) donio je nastavnik.

#### a) Heuristički trening: Pristupi učenju (heuristika) za rješavanje matematičkih problema

U fazi intuitivnog upoznavanja, učenici rješavaju reprezentativni problem (npr. 2.2.1 Problem s kovanicama na slici 2) zajedno s nastavnikom, koji služi kao moderator.

## 2.2 Tablica

### 2.2.1 Problem s kovanicama

Probi želi kupiti čokoladu za 27 lipa. On ima jedino kovanice od 10, 5 i 2 lipe. Na koliko različitih načina Probi može kupiti čokoladu?



Mmmh čokolada! Kako da iskombiniram svoje kovanice tako da nemam ostatak?



### Što je tablica?

Tablice su korisni heuristički pomoćni alat kada pokušavamo strukturirati, smanjiti ili se usmjeriti na informacije u problemskim zadacima. Pogodne su za dokumentiranje različitih pristupa ili različitih mogućih rješenja te bilježe sve moguće slučajeve rješenja bez gubitka zapisa.

### Primjer

Probi, želim ti pokazati kako se problemi mogu riješiti s pomoću različitih heurističkih pomoćnih alata. Na primjer, "Problem godina" (2.1.3) riješen je s pomoću tablice.



| Probijeva godine | Promijeva godine | Profijeva godine | Zbroj njihovih godina | Promijeva točna dob             |
|------------------|------------------|------------------|-----------------------|---------------------------------|
| 5                | više od 10       | 15               | više od 30            | 56-5-15=36 (stariji od Profija) |
| 6                | više od 12       | 18               | više od 36            | 56-6-18=32 (stariji od Profija) |
| 10               | više od 20       | 30               | više od 60            | Zbroj godina je previsok.       |
| 9                | više od 18       | 27               | više od 54            | 56-9-27=20 (odgovara)           |

Slika 2. Izvadak iz nastavnog materijala za učenike s fokusom na fazu intuitivnog upoznavanja i eksplicitnog učenja strategija

### 2.2.2 Upotreba tablice

Profi, još uvijek ne razumijem kako si riješio problem u primjeru?

Napiši pismo Probiju u kojem ćeš mu objasniti kako si riješio problem s pomoću tablice.



### 2.2.3 Izbor odjeće

Probi je bio pozvan na vrtnu zabavu. Stoji ispred ormara i ne može odlučiti što obući.



U svakom slučaju želim obući svoje najdraže traperice.  
Još mi nedostaju majica, šešir i cipele.  
Uiii, imam puno kombinacija što obući.



- Koliko različitih mogućnosti ima Probi za obući? Ispiši ih sve.
- Kako tablica može pomoći u gore navedenom problemu?

Slika 3. Izvadak iz nastavnog materijala za učenike s fokusom na fazu produktivnog vježbanja i proširenje konteksta

### 2.2.4 Tablica umjesto informativnog prikaza

Riješio sam "Tobogan zadatak" s pomoću tablice. Probi, kako sam to učinio?

Hmmm...

Objasni Probiju kako si riješio problem. Koji ti je način draži? Zašto?

Slika 4. Izvadak iz nastavnog materijala za učenike s fokusom na fazu svjesnosti vlastitog modela rješavanja problema

Ovdje se imitacija nastavnikova ponašanja odvija kroz samopropitivanje. Problem predstavlja prvi susret učenika s heurističkom strategijom u fokusu. U fazi eksplicitnog učenja strategije, heuristička strategija u fokusu službeno se uvodi kroz kratki informativni tekst i primjer problema. U fazi produktivnog vježbanja, ponuđena su najmanje tri problema (2.2.2–2.2.4 na slikama 3 i 4) različite kognitivne razine. To omogućuje diferencijaciju, gdje svaki učenik može riješiti koliko god problema može.

Osim toga, ponuđeni su problemi iz različitih matematičkih područja kako bi se omogućio prijenos (faza proširenja konteksta) koji se odnosi na četvrtu fazu koncepta poučavanja.

Nadalje, heurističke strategije su međusobno povezane i bitno je da to učenici usvoje. Posljednji zadatak (2.2.4 na slici 4) omogućuje učenicima da spoznaju tu vezu uspoređujući dvije heurističke strategije. Na taj način učenici imaju priliku formirati vlastiti model rješavanja problema.

Ovaj koncept korišten je kroz cijeli materijal za učenike.

### b) Refleksija: Promišljanje o vlastitim postupcima

Samoregulacija ima posebnu ulogu u procesu rješavanja problema. Vlastito promišljanje o procesu rješavanja problema (*self-monitoring*, refleksija) pokazala se ključnom varijablom na četiri različite razine u materijalu za učenike: s jedne strane, refleksija je dobrodošla u pojedinim zadacima, primjerice kod uspoređivanja heurističkih strategija ili kod izražavanja sklonosti rješavanja problema (vidi zadatak 2.2.3b, 2.2.4). S druge strane, na kraju svakog rješavanja prob-

lema bila su ponuđena refleksivna pitanja vezana za ta poglavlja (npr. Koje pomoćne alate si usvojio? Za što ti pomažu? Kod kojeg problema su ti najviše pomogli? itd.). Ovdje je cilj bio da učenici pregledom poglavlja i utvrđivanjem veza između heurističkih strategija razviju sposobnost osvrta i refleksije na vlastite afinitete.

Uz to, na kraju materijala za učenike priložen je upitnik koji se odnosi na učenikovo finalno promišljanje o cijelom projektu. Kroz nekoliko različitih razina razmišljanja, učenici su mogli promisliti o vlastitom postupku rješavanja problema (npr. konkretno planiranje, primjena, ciljevi, strategija), ali i razmisliti o svom načinu učenja te utvrditi pogodne i nepogodne uvjete koje će potom primijeniti u daljnjem razvoju vlastitog postupka rješavanja problema.

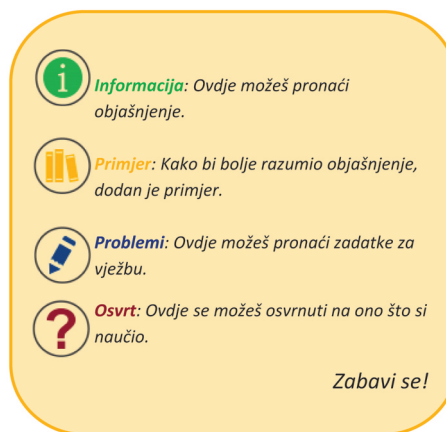
Zaključno, na kraju materijala za učenike priložen je i katalog pitanja za rješavanje problema u obliku tablice, koji je razvijen na temelju modela rješavanja problema Georgea Pólya (1945./1973.). Katalog rješavanja problema trebao je biti dovršen tijekom dodatne nastave matematike. Kada se u procesu rješavanja problema promiču njegovi različiti aspekti s kratkim uzastopnim fazama (*prije* – cilj, motivacija, *tijekom* – introspekcija, spremnost na intenzivan rad, *nakon* – refleksija (samoevaluacija, reakcija)), može se postići posebno visoka kvaliteta samostalnog rješavanja problema (Landmann i Schmitz 2007.). Na primjer, pitanja poput: “Koji sam tehniku prije koristio pri rješavanju sličnog problema?” “Što problem zahtijeva?” “Koje informacije su mi dane?” “Postoji li nešto što ne razumijem?” “Jesam li krenuo u pravom smjeru?” mogu poboljšati sposobnost rješavanja problema (Kuzle i Bruder 2016.). Učenici su samostalno oblikovali pitanja koristeći se vlastitim jezikom, dok je u fazi intuitivnog upoznavanja nastavnik oblikovao proces rješavanja problema. Upitnik stvoren na ovaj način trebao je poslužiti kao referenca, tj. kao pomoć u samostalnom napredovanju u vidu samoregulacijskih pitanja ako u procesu rješavanja problema učenici naiđu na poteškoće.

Kroz ilustrirane refleksivne i samoregulacijske aktivnosti i njihovu dokumentaciju, učenici dolaze do

posljednje faze koncepta poučavanja rješavanja problema (svijest o vlastitom modelu rješavanja problema).

### c) Spremnost na intenzivan rad

Problemi su se bavili matematičkim kontekstom koji je motivirajući i primjeren uzrastu 6. razreda. Važna je bila preglednost radnog materijala kako bi se učenici mogli njime samostalno služiti. Iz tog razloga, korištena je legenda (vidi sliku 5), koja se odnosi na različite komponente koncepta poučavanja rješavanja problema (informacijski tekst je naznačen slovom “i”, primjer problema s knjigama, matematički zadatci s ikonom olovke, refleksija s “upitnikom” popraćena različitim bojama). Kroz neprestano povezivanje problema i promišljanje o vlastitim postupcima popraćeno gore navedenom legendom, samostalna sposobnost pojedinaca u njihovu rješavanju matematičkih problema je rasla.



Slika 5. Legenda u nastavnom planu i programu za rješavanje problema

Na kraju, korišten je još jedan element dizajna da potakne učenike na rješavanje zadataka, a to su dva lika koji su bili u “izravnom kontaktu” s učenicima (vidi slike 2, 3 i 4). Probi je bio lik u obliku upitnika i nudio je kontekst problema. Učenici su trebali pomoći Probiju riješiti problem jer on sam nije bio u mogućnosti to učiniti. Profi je predstavljao sporednu figuru u obliku uskličnika s naočalama.

On je davao različite sugestije ili poticao na razmišljanje, s ciljem podupiranja i vođenja učenika u procesu rješavanja. Drugim riječima, Profi ilustrira stručnjaka u rješavanju problema. Korištene su samo dvije figure, kako se učenicima ne bi odvratila pozornost od zadataka.

## Implementacija

Pri oblikovanju kurikulumu veliku ulogu odigrali su kontekstualni faktori kroz koje su teorijske ideje trebale biti izvedene. Za sudjelovanje u projektu odabrani su učenici 6. razreda, a projekt je trajao 16 nastavnih sati (1 nastavni sat = 45 minuta). Provedba plana i programa odvijala se kroz dvije paralelne faze (vidi tablicu 1). Tijekom prvog ciklusa istraživanja sudjelovalo je 13 učenika. Nastavnik A imao je prethodno iskustvo u rješavanju problema; pohađao je stručna usavršavanja vezana uz rješavanje problema, čitao literaturu te tematike i povremeno uvodio rješavanje problemskih zadataka u nastavu matematike. Drugi ciklus istraživanja započeo je paralelno s prvim, odvijao se svakog tjedna i vodio ga je nastavnik B matematike. U drugom ciklusu sveukupno je sudjelovalo 12 učenika. Treći ciklus započeo je nakon kraja druge faze i trajao je 8 tjedana. U njemu je sudjelovalo 11 učenika, a vodio ga je također nastavnik B. Nastavnik B nije imao gotovo nikakvog iskustva s rješavanjem problema ili podučavanjem rješavanja problema.

S obzirom na heurističke strategije, fokus je bio na onima koje propisuje nastavni plan i program

za učenike 6. razreda poput pomoćnih heurističkih alata (informativni prikazi, tablice, grafička rješenja), heurističkih strategija (sistematičan rad, metoda unaprijed, metoda unatrag) i heurističkih načela (komponiranje i raščlanjivanje). S obzirom na matematički sadržaj, problemi su obuhvaćali matematičke nastavne sadržaje za 5. i 6. razred (operacije s prirodnim brojevima i razlomcima, kombinatorika, geometrijski i numerički uzorci, mjerenja 2D i 3D figura). Na temelju vremenskog okvira projekta, svaka se heuristička strategija obradila kroz dvije lekcije, ali je slijedio prethodno naglašen koncept za rješavanje problema u kombinaciji sa samoregulacijom.

Tijekom faze provedbe, prikupljanje podataka odvijalo se na tri različite razine: na razini učenika, na razini nastavnika i na razini razreda. Na razini učenika, prikupljeni su podatci iz njihovih udžbenika (osvrt i konačan osvrt) i radnih bilježnica (učnički rezultat). Na razini nastavnika, na kraju projekta skupljeni su podatci iz komunikacije s nastavnicima (e-pošta, telefonski pozivi), nastavničkog priručnika i polustrukturiranih intervjua. Konkretno, kontinuirana komunikacija omogućila je istraživačkom timu da odgovarajući na pitanja o prirodi sadržaja te fleksibilnim i postupnim redizajnom plana i programa poslije svake lekcije, podupru nastavnike vezano uz pedagoška i/ili metodološka pitanja tijekom faze provedbe (npr. diskusija o različitim rješenjima, metode suradnje). Na kraju, na razini razreda, promatrala se i analizirala interakcija između učenika te interakcija učenika s nastavnim materijalom.

## Evaluacija

U ovom posljednjem dijelu, kao rezultat vrednovanja svih prikupljenih podataka, izneseni su zaključci o različitim područjima. Posebno je naglašeno središnje pitanje projekta i raspravljeno o tome do koje mjere su ostvareni njegovi zahtjevi: *Kako se razvijeni materijal može provesti u praksi, podupirući teorije o razvoju sposobnosti rješavanja problema korištenjem DBR-a?*

| 1. ciklus istraživanja                                                    |                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| svakih 14 dana (8 susreta), petkom, dvosat, nastavnik A                   |                                                                           |
| 2. ciklus istraživanja                                                    | 3. ciklus istraživanja                                                    |
| tjedno (17 susreta),<br>ponedjeljkom i utorkom,<br>jedan sat, nastavnik B | tjedno (17 susreta),<br>ponedjeljkom i utorkom,<br>jedan sat, nastavnik B |

Tablica 1. Ciklus implementacije u nastavnom planu i programu za rješavanje problema na dodatnoj nastavi matematike

## Heuristički trening

(1) Pregledna struktura materijala: Struktura materijala, koja odražava pedagogije i pristupe heurističkog treninga, s jedne strane rasterećuje nastavnika, a s druge osigurava uvažavanje koncepta poučavanja. Pregledna struktura reprezentativnog zadatka, informacijskog teksta i primjera problema potiču samostalan rad i razvoj učenika. Prikladni koncepti boja i/ili ikona doprinose vizualizaciji.

## Spremnost na intenzivan rad

(2) Upotreba slikovnog prikaza: Pri prezentiranju problema, kao i kod pružanja podrške, slikovni prikazi su za učenike šestih razreda vrlo motivirajući. Učenici ulaze u zaseban svijet sa svakodnevnim problemima. Žele pomoći svojim "prijateljima" i prepoznati svrhu u rješanju problema. Korištenje likova u u cijelom nastavnom materijalu za učenike znači da su učenici upoznati s njima i daje im posebnu vrijednost.

(3) Širok spektar problema različite težine: Kako bi učenici mogli raditi na različitim kognitivnim razinama, ponuđeni su zadatci različite težine. To se može postići s pomoću izbora problema, kao što su otvoreni problemi ili problemi više kognitivne razine.

## Refleksija: Promišljanje o vlastitim postupcima

(4) Implicitna refleksija: Osim navedenog u drugom aspektu, poznate slikovne figure koriste pri razvoju reflektivnog mišljenja. Učenici objašnjavajući svoje pristupe pomažu "prijateljima" nešto shvatiti. Takav pristup razumljiviji je nego objašnjavanje vlastitog djelovanja.

(5) Eksplicitna refleksija: Stalni zahtjevi za refleksijom jamče postupno upoznavanje problematike. Kroz ovaj proces učenici razvijaju potrebu za propitkivanjem svojih postupaka, koja je potrebna za dugoročno rješavanje problema. Navikavanje na određena pitanja pri rješavanju problema (Pólya

1945./1973.), uz nastavnika koji služi kao uzor pri rješavanju problema je ključno.

Da sumiramo, učenik treba emocionalni poticaj (u ovom slučaju, likovi Probi i Profi) kako bi se riješio problem i potaknulo reflektirajuće ponašanje. S druge strane, dizajn materijala (razlikovanje problema, pregledna struktura materijala s eksplicitnim razmišljanjima) je važan čimbenik u razvoju samoregulacije procesa pri rješavanju problema. U kojoj se mjeri kontekst dizajna primjenjuje i u drugim slučajevima, može pokazati jedino implementacija i evaluacija u drugim školama i razredima (Kuzle i Gebel 2016.).

## Zaključak

U uvodu se raspravljalo o pridavanju veće važnosti rješavanju problema u nastavi matematike. Iako je poznato nekoliko nastavnih koncepata i praksa, problemski zadatci se rijetko uvode u nastavu matematike. Osim toga, ne postoji nastavni plan i program kreiran na temelju postojećih i empirijski ispitanih pedagogija i pristupa za rješavanje problema. Da bi se prevladao taj jaz, utemeljen je SymPa-projekt. Tijekom kreiranja projekta, postali smo svjesni snage izravne i uske suradnje s protagonistima različitih faza poučavanja matematike. Time je postao moguć razvoj materijala koji su usklađeni s odgovarajućim pristupima poučavanju rješavanja problema, a istovremeno prilagođeni stvarnom kontekstu. Na taj su način nastavnici lakše prihvatili ovu inovaciju. Također, od toga su profitirali i učenici, jer je kognitivna razina, sadržaj i jezik – između ostalog – skrojen od strane nastavnika koji ima uvid u njihove sposobnosti i interese. Nastavnici koji su sudjelovali u projektu, izvijestili su o poboljšanju učeničke kompetencije rješavanja problema prilikom korištenja različitih heurističkih strategija pri rješavanju problema. Osim toga, nastavnici koji nisu sudjelovali u projektu, objavili su kako se učenici koriste navedenim heurističkim strategijama u redovnoj nastavi matematike. Dakle, bilo je moguće razviti plan i program koji bi zadovoljio lokalne potrebe, s ciljem sustavnog razvoja sposobnosti za rješavanje problema.

Međutim, različiti objektivni i subjektivni faktori spustavali su punu provedbu nastavnog plana i programa. Na primjer, usklađivanje materijala za ciljanu skupinu bio je važan faktor pri njegovoj izradi. U fazi dizajna i u fazi analize bilo je rasprave o kognitivnim i jezičnim izazovima. Povratna informacija u vezi tih dvaju aspekata bila je odgovarajuća, međutim, neki dijelovi su morali biti izmijenjeni i/ili zamijenjeni. Na primjer jezične i čitalačke vještine učenika su u nekim slučajevima bile precijenjene. Neki učenici nisu mogli samostalno i s razumijevanjem pročitati duže tekstove. Isto je primijećeno i kod dokumentiranja njihova rada, koji je uglavnom bio kratak i nestrukturiran. Sve u svemu, nastavnici su jezik ocijenili primjerenim. Vezano uz sputavajuće objektivne čimbenike (jezik, razina izvedbe, pedagogije poučavanja), promjene učinjene u fazi ponovne implementacije DBR-ciklusa će rasvijetliti u kojoj mjeri su bile dovoljne za uspješnu provedbu u predstojećim fazama djelovanja.

Govoreći o subjektivnim faktorima (škola i osobni utjecaji), postalo je jasno da sam kurikulum s pripadajućim nastavničkim priručnikom, ne jamči provedbu koncepta poučavanja. Čini se da je za poučavanje u skladu s teorijskim temeljima, potrebna znatna baza znanja o pedagoškim idejama te jasne upute i specifični zahtjevi za samorefleksiju. Također, samopouzdanje i iskustvo u poučavanju rješavanja problema odigrali su ključnu ulogu. Nadalje, ne treba zanemariti ni organizacijske faktore škole. Budući da nastavnici nisu dobivali nikakvu naknadu za sudjelovanje u projektu, došlo je do nedostatka motivacije što je utjecalo na spremnost za poučavanjem i kvalitetu nastavnog sata, a time i na učeničko prihvaćanje novog kurikuluma.

U ovom radu je prikazano da DBR-paradigma omogućuje stvaranje novih nastavnih okruženja u kojima teorija i praksa nisu odvojene jedna od druge, već nadopunjuju jedna drugu. Ovdje su naponi bili uloženi u projektiranje, korištenje i provedbu istraživanja kurikuluma za rješavanje problema u stvarnom okruženju. To je pospješilo prihvaćanje inovacije – nastavni plan i program za rješavanje problema – koji je postao i službeni dio tog školskog kurikuluma. Štoviše, bliska suradnja

pri fazi projektiranja i fazi djelovanja, pružila je nastavnicima priliku da razviju osjećaj vlasništva nad osmišljenim planom i programom. Pri budućem radu treba se koristiti sličnim metodologijama kako bi se osigurala uspješna provedba i usvajanje kurikuluma. Promjena se **može** dogoditi kada istraživači i nastavnici matematike **zajedno** rade na ciljevima od **zajedničkog interesa!**

#### LITERATURA

- 1/ R. Bruder (2002.): *Lernen geeignete Fragen zu stellen. Heuristik im Mathematikunterricht*, mathematik lehren 115, 4–8.
- 2/ R. Bruder, C. Collet (2011.): *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*, Cornelsen Scriptor, Berlin.
- 3/ KMK – Kultusministerkonferenz (2003.): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss*, KMK, Bonn.
- 4/ A. Kuzle (2016.): *Problem solving ili rješavanje matematičkih problema – pregled literature*, MiŠ 86, 3–11.
- 5/ A. Kuzle, R. Bruder (2016.): *Probleme lösen lernen im Themenfeld Geometrie*, mathematik lehren 196, 2–8.
- 6/ A. Kuzle, I. Gebel (2016.): *Development of materials for problem solving instruction in the context of lessons for promoting and improving specific mathematical competences using design based research*, in T. Fritzlar, D. Assmuss, K. Bräuning, A. Kuzle, & B. Rott (ur.), *Problem solving in mathematics education. Proceedings of the 2015 Joint Conference of ProMath and the GDM Working Group on Problem Solving*, 159–172, WTM-Verlag, Münster.
- 7/ M. Landmann, B. Schmitz (Eds.) (2007.): *Selbstregulation erfolgreich fördern. Praxisnahe Trainingsprogramme für effektives Lernen*, Kohlhammer, Stuttgart.
- 8/ G. Pólya (1973.): *How to solve it: A new aspect of mathematical method*, Princeton University Press, Princeton, NJ (original work published 1945).
- 9/ The Design-Based Research Collective (2003.): *Design-Based Research: An emerging paradigm for educational inquiry*, Educational Researcher 32(1), 5–8.
- 10/ F. Wang, M. J. Hannafin (2005.): *Design-based research and technology-enhanced learning environments*, Educational Technology Research and Development 53(4), 5–23.

S engleskog prevela: Lucija Stepanić