

# Torinsko platno

Branimir Dakić, Zagreb

Nastavu matematike nastojimo oplemeniti primjerima primjene koji pokazuju kako je matematika korisna u raznim realnim i životnim situacijama.



U želji da se to provede baš u svim dijelovima gradiva ponekad nedostaje pravih rješenja pa se navode neuvjerljivi, iskonstruirani i često nerealni primjeri što ne samo da ne doprinosi motivaciji učenika za učenje matematike već je ponekad i kontraproduktivno. Zbog toga s izborom primjera primjene moramo biti pažljivi. Za neke sadržaje srednjoškolske nastave matematike i nije moguće navesti neki lijep i uvjerljiv primjer primjene pa je onda bolje i ne ustrajati na tome.

Područje koje obiluje mnoštvom prelijepih primjera jest tema **Eksponecijalna i logaritamska funkcija** u II. razredu srednje škole. Neki od tih primjera mogu se obraditi kao manje posebne teme, bilo kao projekti, bilo kao eseji ili na neki drugi način.

Jedan takav primjer je radioaktivno raspadanje neke tvari koji se odvija po zakonu čiji je matematički zapis funkcija  $m(t) = m_0 e^{-kt}$ . Radioaktivnost se, između ostalog, primjenjuje u metodi određivanja starosti neke organske tvari. Naime, svi živi organizmi, i ljudi, i životinje, i biljke tijekom života upijaju iz atmosfere izotop radioaktivnog ugljika C-14. Nakon ugibanja smanjuje se količina ugljika C-14 u sada neživom organizmu i to smanjivanje odvija se po spomenutom eksponencijalnom zakonu. Mje-

renjem količine ugljika C-14 u nekom neživom organizmu moguće je odrediti njegovu približnu starost. Ovu je metodu razvio Willard Libby, profesor Sveučilišta u Chicagu te je za taj svoj rad 1960. godine dobio Nobelovu nagradu za kemiju. Jedan od poznatijih primjera u kojem je primijenjena Libbyjeva metoda jest ispitivanje starosti Torinskog platna u svrhu ovjere njegove autentičnosti.

## Što je Torinsko platno?

Riječ je komadu lanene tkanine pravokutnog oblika, dimenzija  $4.4 \times 1.1$  m koji je pohranjen u katedrali talijanskog grada Torina. Po nekim vjerovanjima u njega je nakon raspeća i skidanja s križa umotan Isus Krist.

Je li platno uistinu relikvija ili je naprosto neka vrsta ikone pa možda čak i krivotvorina? To je pitanje stoljećima proganjalo mnoge bliske katoličkoj crkvi ali i izvan nje.

Znakovito je što je papa Benedikt XVI. znao govoriti o Torinskom platnu kao o relikviji jer ta činjenica upućuje, doduše ne izravno, na stav Katoličke crk-

## zanimljiva matematika

ve. Valja znati kako je relikvija<sup>1</sup> predmet koji je bio u izravnom dodiru sa svetcem. Relikvije su i posmrtni ostatci svetaca, a zovu se i moći.

Povijest Torinskog platna neobična je i moglo bi se reći burna. Prvi se puta predstavilo javnosti 1353. godine u francuskom gradu Lireyju i već tada je bilo dvojbi o njegovoj atribuciji. Kasnije dospjeva u vlasništvo savojskih vojvoda koji ga pohranjuju u kapelici u Chamberyju. Nakon što je 1532. u kapeli izbio požar, platno je oštećeno pa su ga vrijedne redovnice pokrpale. Godine 1578. Savojski ga sele u Torino po kojem je platno danas i dobilo ime. Od 1694. platno se nalazi u posebnoj kapelici torinske katedrale svetog Ivana Krstitelja. Godine 1983. oporukom talijanskog kralja Umberta I. zagonetna tkanina dospjeva u ruke Svete stolice.



torinska katedrala sv. Ivana Krstitelja

Tijekom povijesti Torinsko je platno više puta izlagano javnosti, posljednji put ove, 2015. godine kada ga je razgledao i Papa Franjo. Izlaganje platna svaki puta bi izazvalo ogroman interes. Tako ga je godine 2010. nakon što je provedena njegova temeljita restauracija, obišlo više od 2.5 milijuna ljudi.

Talijanski pravnik i fotograf amater, Secondo Pia, snimio je platno 1898. godine i na snimkama otkrio neočekivane tragove. Nazirali su se obrisi lika koji je neodoljivo podsjećao na Isusa Krista. Tridesetak godina kasnije platno je ponovno fotografirano s istim učinkom.

<sup>1</sup> lat. *reliquiae* = ostatci

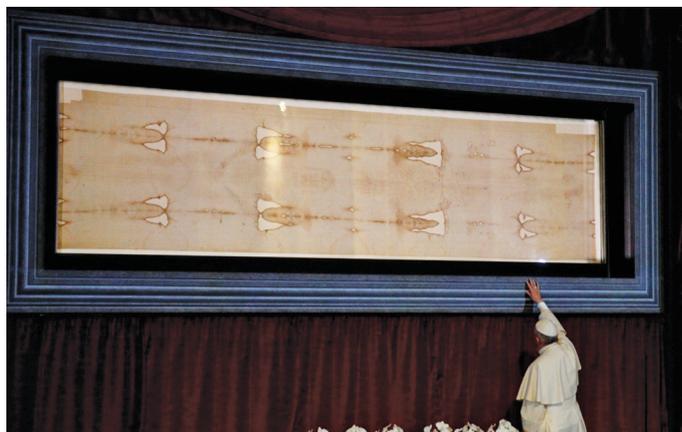


prigodni plakat za izložbu 1898. g.



fotografija Seconda Pie iz 1898. g.

Kad je riječ o autentičnosti Torinskog platna, o njegovoj atribuciji kao Isusova posmrtnog pokriva, razumljiv je velik interes i Crkve i znanosti da se ona ovjeri ili odbaci. Ništa manje nije niti zanimanje šire javnosti o čemu primjerice svjedoče brojni podulji



Papa Franjo pred Torinskim platnom

tekstovi objavljeni posljednjih godina u svjetskim ali i u našim domaćim tiskovinama.

Kako bi razriješio svojevrsnu zagonetku i konačno odredio platnu starost, torinski nadbiskup, kardinal Anastasio Ballestrero, potražio je 1988. godine pomoć znanstvenika. Od triju nezavisnih laboratorija (Oxford, Arizona, ETH u Švicarskoj) naručio je provjeru Libbyjevom metodom, mjerenjem preostale količine radioaktivnog ugljika C-14 u tkanini. Rezultati svih triju istraživanja objavljeni su u časopisu Nature<sup>2</sup> te su se gotovo podudarali. Prema njima je Torinsko platno satkano između 1262. i 1384. godine, što bi bila starost od  $692 \pm 61$  godina, dakle znatno kasnije od vremena Isusove smrti. Procijenjena je i vjerojatnost točnosti ovog rezultata, ona je 95 % što ukazuje na uistinu priličnu uvjerljivost.

Dakako, nedugo po objavi navedenih rezultata javili su se žestoki osporavatelji korektnosti ovih nalaza pa se pitanje na neki način vratilo na početak. Tvrdilo se kako je platno tijekom vremena kontaminirano, da se u njega uvuklo mlađeg materijala pa i da je za analizu uzet uzorak sa zakrpa koje su nastale pri popravcima oštećenih dijelova. Osobito je u tom smislu žestoko reagirala Mechthild Flury-Lemberg, znanstvenica koja je radila na restauraciji platna 2002. godine. Premda su znanstvenici koji su radili na provjeri starosti platna odlučno odbacivali takve i slične prigovore ipak je nepovjerenje u njihov rezultat raslo.

<sup>2</sup> Nature, Vol. 337, Nr. 6200 pages 611–615. 16 Feb. 1989.

<sup>3</sup> <http://www.nature.com/articles/srep14484>

Napomenimo kako je Torinsko platno nedavno podvrgnuto pretragama koje su provedene najnovijim metodama molekularne biologije, a rezultati istraživanja objavljeni su u časopisu Scientific Reports<sup>3</sup>. No ta istraživanja nisu bila usmjerena na propitivanje starosti platna.

Ali gdje je u ovoj zanimljivoj priči matematika?

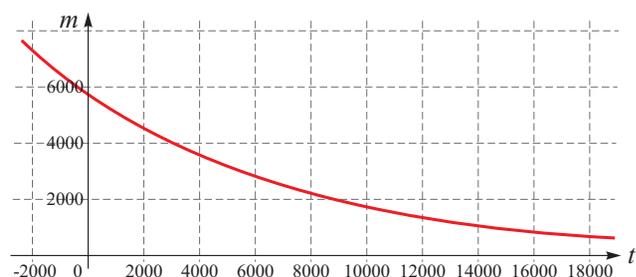
Već smo spomenuli kako se proces radioaktivnog raspada odvija po eksponencijalnom zakonu koji glasi  $m(t) = m_0 e^{-kt}$ . U tom je zapisu  $m_0$

masa na početku promatranja procesa,  $m(t)$  masa tvari koja preostaje nakon vremena  $t$ , a  $k$  je konstanta vezana uz pojedinu radioaktivnu tvar. Broj  $e \approx 2.718$  poznata je Eulerova konstanta.

Konstanta  $k$  određuje se iz vremena poluraspada tvari, vremena  $T$  koje je potrebno da se radioaktivnim raspadanjem masa neke radioaktivne tvari raspolovi.

Iz  $m(T) = \frac{1}{2}m_0$  slijedi  $m_0 e^{-kT} = \frac{1}{2}m_0$ . Odatle je  $e^{-kT} = \frac{1}{2}$ , zatim  $-kT = \ln \frac{1}{2}$  i konačno  $k = \ln \frac{2}{T}$ . Za ugljik C-14 vrijeme poluraspada iznosi 5730 godina te se iz jednadžbe  $k = \frac{\ln 2}{5730}$  dobije  $k = 1.2 \cdot 10^{-4}$ . Funkcija

$$m(t) = 5730 \cdot e^{-0.00012t}$$



## zanimljiva matematika

je eksponencijalna funkcija (graf vidimo na prethodnoj slici) koja opisuje radioaktivno raspadanje ugljika C-14 tijekom vremena  $t$ .

Mjerenja su pokazala da je u lanenim nitima Torinskog platna 91.6 % izvorne količine ugljika C-14 pa iz tog podatka možemo odrediti njegovu starost. I sada iz jednadžbe  $0.916 = e^{-0.00012t}$  slijedi da je približna starost platna  $t \approx 730$  godina pa slijedi zaključak da ono nije moglo biti Isusova posmrtna odora.

I na kraju ove priče evo još dvaju zadataka bliskih ovoj temi:

## Kumranski svitci

U proljeće 1947. godine na području Kumrana na Bliskom istoku mladi je pastir tražeći odlutalu ovцу u nekoj špilji naišao na čupove u kojima se nalazilo sedam ispisanih svitaka, neki na pergamentu, neki na papirusu. Ovo otkriće potaknulo je detaljnije istraživanje toga područja pa su tako arheolozi pronašli oko 900 dokumenata od velikog povijesnog i religijskog značaja koji su prozvani **Kumranski svitci**. Bili su ispisani na hebrejskom, ali i na grčkom jeziku i misli se kako potječu između 150. i 70. godine g. pr. K. Neki od **Kumranskih svitaka** sadrže 77 % ugljika C-14. Koliko su stari ti svitci?



## Ötzi

1991. godine dvoje alpinista pronašlo je u Ötztal-skim Alpama u blizini austrijsko-talijanske granice na visini od 3200 m smrznuto ljudsko tijelo. Snježni



Model Ötzija u bečkom Prirodoslovnom muzeju

je čovjek dobio ime Ötzi prema planini na kojoj pronađen. Bio je u odjeći i obući primjerenoj dobu u kojem je živio. Uz tijelo se nalazio i pribor, bakrena sjekira s drvenom drškom te nož s koricama načinjenim od bilja.

Stručnjaci su procijenili starost Ötzija na približno 4000 godina. No analiza Libbyjevom metodom pokazala je da je ledeni čovjek star približno 5300 godina. Koji je postotak od izvorne količine ugljika C-14 pronađen u Ötzijevu tijelu 1991. godine?

### LITERATURA

- 1/ <https://www.shroud.com/latebrak.htm>
- 2/ [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/chemistry/laureates/1960/libby-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1960/libby-lecture.pdf)
- 3/ Clint Brookhart, *Go Figure!*, Contemporary Books, Chicago 1998.
- 4/ Dakić, Elezović, *Matematika 2, II. dio*, Element, Zagreb 2013.
- 5/ <https://hr.wikipedia.org/wiki/%C3%96tzi>