

Tko je prvi... beskonačnost označio sa ∞ ?

Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Znamo da je matematika jedina ljudska djelatnost koja omogućuje egzaktn pristup nečemu što intrigira ljude od davnina, iako im je zapravo nedostupno: beskonačnosti. Još su antički Grci shvaćali da baratanje s beskonačnošću izaziva mnoge poteškoće – sjetite se samo znamenitih Zenonovih paradoksa. Ipak, upravo su Grci začetnici prve egzaktne metode kojom se preko konačnog dolazi do beskonačnog, metode koja je kasnije dobila ime metoda ekshauzije, a koja se pripisuje Eudoksu (4. st. pr. Kr.) i koja je omogućila ono što su kasnije u sažetom obliku omogućili limesi. No, kod Grka se još nije mogla naći ideja beskonačnih skupova; prvo poznato eksplicitno bavljenje beskonačnim skupovima seže u renesansu. Tad je znameniti astronom Galileo Galilei argumentirao da prirodnih brojeva ima koliko i kvadratnih (iako je tih na prvi pogled manje) jer svakom prirodnom broju odgovara po jedan kvadratni i obrnuto. Takve ideje naposljetku su dovele do Cantorova utemeljenja teorije skupova krajem 19. stoljeća, kao i dokaza da postoje beskonačnosti različitih veličina. Poneku od tih ideja sigurno ćemo opisati u nekom od sljedećih nastavaka ove kolumne, no ovaj se put želimo baviti jednim od rijetkih matematičkih simbola, izuzev onih za osnovne računske operacije koje prepoznaje i prosječan čovjek, a to je simbol ∞ . Za razliku od uvođenja mnogih drugih matematičkih simbola, u slučaju ovog simbola stvar je jednostavna: zna se tko i kad ga je uveo, a ubrzo zatim je i šire prihvaćen.

Simbol ∞ kao oznaku za beskonačnost, točnije: za beskonačan broj, uveo je engleski matematičar John Wallis (1616. – 1703.). Wallis (slika 1) je bio najznačajniji engleski matematičar prije Newtona, a osim za povijest matematike značajan je i za povijest engleske gramatike, glazbene teorije te pedagogije: sudjelovao je u osmišljavanju jedne metode podučavanja gluhonijemih osoba. Tijekom engleskog građanskog rata bavio se i kriptografijom –



Slika 1. John Wallis (slika s Wikipedije)

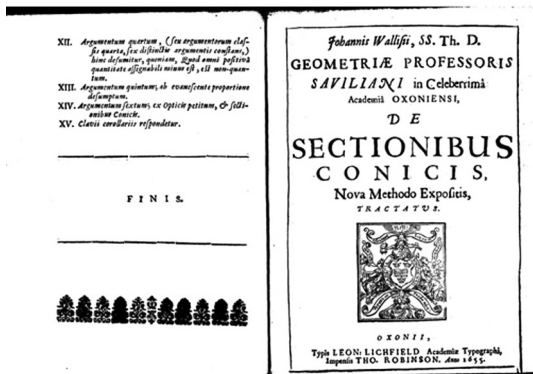
dešifrirao je rojalističke poruke za parlamentarnu stranku. Kao jedan od rijetkih matematičara svog doba bavio se poviješću matematike.

Wallis je jedan od neposrednih prethodnika uvođenja infinitezimalnog računa i najpoznatiji je po svom djelu *Arithmetica Infinitorum* (1656.) u kojem inspiriran radovima Keplera i Cavalierija njihove metode računanja površina pretvara u više računske te tako otvara put konačnom uvođenju tehnike integriranja. Bitno je doprinio i trigonometriji i geometriji, a prvi je uveo i pojam verižnog razlomka (1695.). Poznat je i po Wallisovu produktu, prikazu broja π kao umnoška beskonačno mnogo razlomaka koji je dao bez dokaza:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots$$

Godine 1655. objavio je djelo o analitičkoj geometriji konika, *De sectionibus conicis* (slika 2). To je

djelo najpoznatije po rečenici kojom je uveo simbol ∞ : *Esto enim ∞ nota numeri infiniti.*



Slika 2. Wallisova *De Sectionibus Conicis*, 1655. (slika s *The Wallis Project*, <http://wallis.clp.ox.ac.uk/>)

Nije sasvim jasno zašto je Wallis odabrao baš taj simbol. Neki povjesničari kao razlog su predložili da je Wallis, s obzirom na svoje klasično obrazovanje, preuzeo i prilagodio simbol koji su Rimljani u doba carstva koristili kao simbol za 1000, ali i kao simbol za "mnogo": CD . Drugi su pak predložili da se radi o adaptaciji malog grčkog slova omega, ω . Bilo kako bilo, najkasnije početkom 18. stoljeća Wallisov simbol ∞ počeo se redovno rabiti, s tim da su neki autori u 18. stoljeću, među drugima i znameniti Leonhard Euler, koristili sličan simbol koji nije zatvorena krivulja (slika 3). Danas se u pravilu simbol ∞ koristi kao oznaka za potencijalnu, a ne za aktualnu beskonačnost: kad ga primjerice koristimo u formuli $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$, želimo reći da izraz $\frac{1}{x^2}$ postaje neograničeno velik kad se x približava nuli, tj. da može postići po volji velike vrijednosti, ali ne i da je njegova vrijednost ikad stvarno beskonačna; za razliku od toga, za broj elemenata



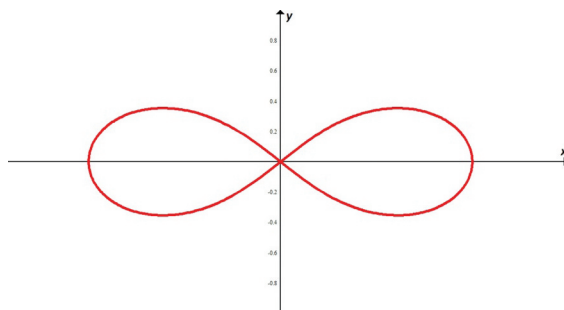
Slika 3. Eulerov simbol za beskonačnost (izvor: Wikipedia, autor: Sapphorain)



Slika 4. Križ sv. Bonifacija (slika preuzeta sa stranice Gerarda P. Michona, *Scientific Symbols and Icons*, <http://www.numericana.com/answer/symbol.htm>)

u skupu prirodnih brojeva, koji svakako jest beskonačan sam po sebi, ne koristimo se ovim simbolom već Cantorovim \aleph_0 , a postoje i druge oznake aktualno beskonačnih brojeva koje se koriste u sklopu teorije skupova.

Za kraj navedimo i dvije zanimljivosti oko simbola ∞ . Ovaj se simbol pojavljuje primjerice omotan oko latinskog križa (slika 4) kao simbol križa svetog Bonifacija (oko 675. – 754.), sveca zaštitnika Njemačke, poznatog i kao "apostol Nijemaca". Službeni naziv za simbol ∞ je *lemniskata*, što je ime krivulje izvedeno iz latinske riječi *lemniscus*, vrpca; taj je naziv 1694. prvi koristio matematičar Jacob Bernoulli (1654. – 1705.) za krivulju preciznije definiranu kao geometrijsko mjesto točaka u ravnini čiji je umnožak udaljenosti do dviju čvrstih točaka u ravnini konstantan (usporedite s definicijom elipse kod koje je *zbroj* udaljenosti do dvije čvrste točke konstantan). Prava Bernoullijeva lemniskata (slika 5) ima dvije međusobno okomite osi simetrije (pravac kroz spomenute dvije točke i njegova simetrala) i najjednostavniju jednadžbu ima u polarnim koordinatama ($r = a\sqrt{\cos(2\varphi)}$).



Slika 5. Bernoullijeva lemniskata (slika generirana programom *Graph*, <https://www.padowan.dk/>)