

Kamatni račun u svakidašnjici



Sonja Banić, Ivanić Grad

Sve više postajemo svjesni važnosti financijske pismenosti naših građana. Financijska pismenost postala je i dio PISA istraživanja. Vezano uz to

područje, u nastavi matematike u osnovnoj školi poučava se postotni i jednostavni kamatni račun. U srednjim školama područje financijske pismenosti uglavnom je zanemareno. U gimnazijama se složeni kamatni račun pojavljuje usput, u primjerima vezanim uz geometrijski niz ili eksponencijalnu funkciju, ali ne prikazuje se detaljnije njegova primjena u svakidašnjici. Potpunije se ekonomska matematika poučava samo u ekonomskoj, komercijalnoj i trgovačkoj struci, no time je obuhvaćen mali dio učenika. U većini ostalih srednjoškolskih programa kao da se smatra da su sve potrebno znanje vezano uz postotni i kamatni račun te njihovu primjenu učenici već stekli u osnovnoj školi. To nije ispravno očekivanje i nadam se da će se u novim kurikulumima više pažnje posvetiti temama iz ekonomske matematike i financijskoj pismenosti učenika.

Jednostavni kamatni račun u programu osnovne škole

U ovom članku zadržat ću se na temama pogodnim za osnovnu školu. U 7. razredu osnovne škole, nakon postotnog računa obrađuje se kratko jednostavni kamatni račun. U NOK-u se kamatni račun ne spominje. U nastavnom planu i programu navedeni su ključni pojmovi: kamate, kamatna stopa, glavnica; i obrazovna postignuća: odrediti kamate i primijeniti ih na zadatke iz svakidašnjice. Naravno da ćemo poučavanje učenika početi jednostavnim kamatnim računom. No pritom trebamo biti svjesni da je primjena jednostavnog kamatnog računa ograničena i da se u mnoštvu primjera iz svakidašnjice u stvarnosti koristi složeni kamatni račun. Posebice ako se radi o ulaganjima dužima od go-

dinu dana ili o kreditima. Primjenom jednostavnog kamatnog računa u takvim primjerima učenici neće dobiti dobru sliku stvarnih situacija. Zato smatram da bi uz takve primjere trebalo napomenuti da se u stvarnosti kamate izračunavaju malo drukčije. No nakon usvajanja osnovnih pojmova o jednostavnom kamatnom računu, kroz pažljivo odabrane primjere učenici mogu shvatiti po kojem se principu obračunavaju složene kamate, te dobiti dobru sliku o tome kako se obračunavaju kamate na kredite koji se vraćaju u anuitetima (ratama).

Tipičan primjer zadatka vezanog uz jednostavni kamatni račun u udžbenicima je:

Primjer 1. *Luka je na štednju stavio 5000 kuna na tri godine, uz kamatnu stopu 3.5 %. Kolikim će iznosom raspolagati nakon isteka štednje?*

U jednostavnom kamatnom računu, kamate se svake godine obračunavaju od iste, početne glavnice. Računaju se po formuli:

$$\text{Kamata} = \text{glavnica} \cdot \text{vrijeme} \cdot \text{kamatna stopa},$$

$$K = g \cdot n \cdot (p : 100).$$

Rješenje primjera je:

$$K = 5000 \cdot 3 \cdot (3.5 : 100) = 525.$$

Kamata za tri godine iznosi 525 kuna.

Ovaj primjer ne odgovara dobro stvarnoj situaciji. Naime, ako ste u banku uložili iznos na štednju na tri godine, banka će vam kamate obračunati po složenom kamatnom računu. To znači da će nakon isteka svake godine kamate pribrojiti glavnici i sljedeće godine za obračun kamata koristiti uvećanu glavnicu. To ne mora uvijek biti tako, ali u većini slučajeva jest.

Gdje se u svakidašnjici koristi jednostavni kamatni račun

Jednostavni kamatni račun koristi se u pravilu za vremenska razdoblja kraća od godine dana. Kamatna stopa, ako nije drukčije navedeno, je godišnja stopa pa vrijeme treba izraziti u godinama. Pritom ćemo približno računati da je mjesec dvanaestina godine, a jedan dan je jedna tristošezdesetpetina godine (zanemarit ćemo prijestupne godine). Primjer koji bi bolje odgovarao stvarnoj situaciji bio bi ovakav:

Primjer 2. *Luka je uložio na štednju 5000 kuna na rok od 7 mjeseci. Banka mu je obračunala kamatu po godišnjoj stopi od 3.5 %. Koliko će kamata Luka dobiti i koji će iznos moći podići nakon isteka štednje?*

Rješenje. Zadana nam je godišnja stopa pa vrijeme trebamo izraziti u godinama. 7 mjeseci je $\frac{7}{12}$ godine. Računamo:

$$K = 5000 \cdot \frac{7}{12} \cdot (3.5 : 100) = 102.08.$$

Kamate za 7 mjeseci iznose 102.08 kuna. Nakon isteka štednje Luka će moći podići

$$5000 + 102.08 = 5102.08 \text{ kuna.}$$

Situacija u kojoj će nam obično zaračunati jednostavnu kamatu je i kašnjenje u plaćanju računa.

Primjer 3. *Marko je u siječnju dobio račun za plin od 1240 kuna. Trebao ga je platiti 20. siječnja. Zakasnio je s plaćanjem i platio tek 27. veljače. Kamatna stopa ako zakasni s plaćanjem je 15 % godišnje.*

- Koliko je dana Marko zakasnio s plaćanjem?*
- Koliku kamatu će platiti?*
- Koliko će kuna ukupno platiti?*

Rješenje. Od 20. siječnja do 27. veljače ima 38 dana, toliko je Marko zakasnio s plaćanjem. To je $\frac{38}{365}$ godine. Računamo:

$$K = 1240 \cdot \frac{38}{365} \cdot 0.15 = 19.36.$$

Platit će 19.36 kuna kamate. Ukupno će platiti

$$1240 + 19.36 = 1259.36 \text{ kuna.}$$

Uvod u složeno ukamaćivanje

U složenom kamatnom računu kamata se nakon svakog razdoblja ukamaćivanja pribraja glavnici. Taj postupak vodi do geometrijskog niza i računanja potencija, što ne spada u građivo osnovne škole. Ali za mali broj godina učenici mogu postupno izračunati složene kamate, a to je dovoljno da razumiju što znači složeno ukamaćivanje. Bilo bi dobro da riješe bar jedan takav primjer i vide razliku između jednostavnog i složenog načina ukamaćivanja. U stvarnosti, u Primjeru 1 dobiju se ovakve kamate:

Primjer 4. *Luka je na štednju uložio 5000 kuna na tri godine, uz kamatnu stopu 3.5 %. Banka će svaki put, nakon isteka godine dana, izračunati kamatu i pripisati je glavnici. Izračunaj koliko će iznositi kamate za svaku godinu? Kolikim će iznosom Luka raspolagati nakon isteka štednje?*

Rješenje. Na kraju prve godine kamata će iznositi

$$K_1 = 5000 \cdot 1 \cdot 0.035 = 175 \text{ kuna.}$$

Ta se kamata pripisuje glavnici, pa je tijekom druge godine glavnica

$$5000 + 175 = 5175 \text{ kuna.}$$

Kamata za drugu godinu iznosi

$$K_2 = 5175 \cdot 1 \cdot 0.035 = 181.13 \text{ kuna.}$$

Glavnica za treću godinu je

$$5175 + 181.13 = 5356.13 \text{ kuna.}$$

Kamata za treću godinu je

$$K_3 = 5356.13 \cdot 1 \cdot 0.035 = 187.46 \text{ kuna.}$$

Vrijednost uloga nakon tri godine bit će

$$5356.13 + 187.46 = 5543.59 \text{ kuna.}$$

Luka će nakon isteka štednje raspolagati sa 5543.59 kuna.

Ukupne kamate su razlika između uloženog i dobivenog iznosa. Luka je ukupno dobio $5543.59 - 5000 = 543.59$ kuna kamata.

Ovaj račun preglednije je pisati u tablici:

	Glavnica	Kamata	Glavnica + kamata
Početak štednje	5000.00	–	–
Kraj prve godine	5000.00	175.00	5175.00
Kraj druge godine	5175.00	181.13	5356.13
Kraj treće godine	5356.13	187.46	5543.59

Ako usporedimo primjer 1 i primjer 4, vidimo da se primjenom složenog kamatnog računa dobiva veća kamata. Konkretno, $543.59 - 525 = 18.59$ kuna više. U ovom primjeru to nije mnogo, ali jasno je da se povećanjem vremena ulaganja ili povećanjem iznosa, i razlika u kamata povećava.

Kod primjera s posuđivanjem novaca greške zbog primjene jednostavnog kamatnog računa još su veće. Kad kažemo da je netko od banke uzeo zajam na tri godine, obično pretpostavljamo da će taj zajam otplaćivati u ratama (anuitetima). Ako u zadatku ne piše da se iznos vraća odjednom, učenici će pretpostaviti da se vraća u ratama, bit će zbunjeni izračunom jednostavnih kamata i ništa neće naučiti o načinu obračuna kamata na zajmove.

Ako se zajam vraća u ratama, kamate se plaćaju na dio duga koji nismo vratili. Znači da su za svaku godinu kamate drukčije. Ako napravimo takav primjer, učenici će dobiti ispravnu sliku o načinu obračuna kamata na zajmove koji se vraćaju u ratama.

Primjer 5. Mali poduzetnik posudio je u banci 75 000 kuna. Dogovorili su da će dug vratiti u tri godišnje rate od 25 000 kuna, i uz svaku ratu će platiti pripadajuće kamate. Kamatna stopa po kojoj se poduzetnik zadužio je 6 %. Koliko kuna iznose kamate uz svaku pojedinu ratu i koliko će ukupno kamata poduzetnik platiti?

Rješenje. Prvih godinu dana dug iznosi 75 000 kuna, i na taj iznos treba platiti 6 % kamata. Kamate za prvu godinu iznose:

$$K_1 = 75\,000 \cdot 0.06 = 4500 \text{ kuna.}$$

Znači da će za prvu ratu zajma poduzetnik platiti 25 000 kuna glavnice i 4500 kuna kamata, ukupno 29 500 kuna.

No budući da je 25 000 kuna vratio, sljedeće godine dužan je 50 000 kuna, pa plaća kamatu samo za taj iznos. Kamate za drugu godinu iznose:

$$K_2 = 50\,000 \cdot 0.06 = 3000 \text{ kuna,}$$

i za drugu ratu zajma poduzetnik će platiti 28 000 kuna. Treće godine dug iznosi 25 000 kuna, kamate su

$$K_3 = 25\,000 \cdot 0.06 = 1500,$$

a posljednja rata zajma iznosi 26 500 kuna. Poduzetnik će ukupno platiti

$$K_1 + K_2 + K_3 = 4500 + 3000 + 1500 = 9000 \text{ kuna}$$

kamata za zajam. Posudio je 75 000 kuna, a ukupno će vratiti 84 000 kuna.

I ovaj račun je prikladno zapisati u tablici:

	Rata (anuitet)	Kamate	Otplata dijela glavnice	Glavnica, ostatak duga
Početak zajma	–	–	–	75 000
Kraj prve godine	29 500	4500	25 000	50 000
Kraj druge godine	28 000	3000	25 000	25 000
Kraj treće godine	26 500	1500	25 000	0
Ukupno	84 000	9000	60 000	

Vidimo da poduzetnik svake godine plaća sve manje kamate, jer dio duga vraća i sve je manje dužan. Rate (anuiteti) koje poduzetnik plaća u ovom primjeru nisu jednake. Plan otplate zajma može se napraviti i tako da se plaćaju jednaki godišnji anuiteti, ali matematički postupci potrebni za taj račun nisu u programu osnovne škole.

Kroz ovakve primjere učenici će dobiti dobro početno znanje o načinu obračuna kamata na kredite i o izračunu kamata na štednju.

Štedjeti ili plaćati karticama

Danas su u upotrebi razne vrste kartica za bezgotovinska plaćanja. Učenici znaju da postoje kartice za plaćanje, ali najčešće ne znaju koje su razlike među karticama i kako se odvija plaćanje. Možda bi bilo korisno s učenicima popričati o tome. Osnovne vrste kartica su debitne kartice, *charge*-kartice i kreditne (*revolving*) kartice. Debitna kartica vezana je uz tekući račun građana. Troškovi napravljeni tom karticom u pravilu se odmah i u cijelosti skidaju s tekućeg računa. Za potrošača plaćanje debitnom karticom je isto kao i plaćanje gotovinom. Kod *charge*-kartice ukupni troškovi načinjeni karticom dolaze na naplatu dogovorenog

dana u mjesecu. To su uobičajene *American Express* i *Diners* kartice. Ako trgovina ima dogovor s izdatnikom kartice, tim se karticama može kupovati na rate. Pri takvoj kupovini kupac obično ne plaća kamatu, već je obračun kamata dogovoren između trgovine i izdatnika kartice. Kod *revolving*-kreditne kartice potrošač svakog mjeseca mora platiti najmanje 5 % troška, a na ostatak duga plaća kamatu.

Učenike možemo upozoriti na razliku u štednji i plaćanju karticama, primjerice, kroz ovakav timski zadatak koji se lijepo može uklopiti i u teme građanskog odgoja i obrazovanja.

Timski zadatak: Štedjeti ili plaćati karticama?

Dvije prijateljce, Ana i Inga, žele kupiti mobitel koji košta 2000 kuna. Ana je odlučila svaki mjesec uplatiti na štednju 200 kuna, a kad uštedi dovoljno, kupit će mobitel. Inga je odlučila kupiti mobitel odmah, na kredit putem *revolving*-kartice. To je kreditna kartica kojom svaki mjesec morate platiti barem 5 % potrošenog iznosa, a banka će vam na ostatak duga naplatiti kamatu. Kamate na štednju uvijek su manje od kamata na kredit. Ana će štedjeti uz kamatnu stopu 4,2 %, a Ingi će kamate na kredit obračunati po stopi 12 %. Izračunajte koliko će Ana uštedjeti, zajedno s kamatama. Izračunajte koliko će Inga platiti mobitel, kad uračuna i kamatu koju je platila na kreditnu karticu. Raspravite koje su prednosti prvog, a koje drugog načina kupovine? Za koji način biste se vi odlučili?

Ana

Ana je deset mjeseci štedjela. Svakog prvog u mjesecu, počevši od veljače, uložila je na štednju 200 kuna. Banka je za štednju primjenjivala kamatnu stopu 4,2 % godišnje.

Popunite tablicu lijevo na sljedećoj stranici i izračunajte kolika je vrijednost njenog štednog uloga 1. prosinca.

Kamate izračunajte za svaki uloženi iznos, vodeći računa o tome koliko je mjeseci ulog bio na štednji.

Na kraju, izračunajte ukupan ulog i ukupne kamate koje je Ana dobila. Kojim iznosom ona raspolaze 1. 12.?

Datum ulaganja	Ulog (kn)	Broj mjeseci na štednji do 1. 12.	Iznos kamata (kn)
1. 2.	200.00	10	7.00
1. 3.	200.00	9	6.30
1. 4.	200.00		
1. 5.	200.00		
1. 6.	200.00		
1. 7.	200.00		
1. 8.	200.00		
1. 9.	200.00		
1. 10.	200.00		
1. 11.	200.00		

Ukupan ulog:	
Ukupne kamate do 1. 12.	
Ukupan uštedeni iznos 1. 12.	

Račun:

$$K_1 = 200 \cdot \frac{10}{12} \cdot 0.042 = 7,$$

$$K_2 = 200 \cdot \frac{9}{12} \cdot 0.042 = 6.30, \dots$$

Inga

Inga je 1. veljače kupila mobitel za 2000 kuna. Platila ga je *revolving*-karticom. Odlučila je da će svaki mjesec na kartici platiti 200 kuna. Prvu će ratu platiti za mjesec dana. Svaki mjesec banka će joj naplatiti i kamate za dug iz prethodnog mjeseca, po kamatnoj stopi 12 % godišnje. Popunite tablicu gore desno i izračunajte koliko će Inga na kraju platiti mobitel, zajedno s kamatama? Kamate računajte za dug iz prethodnog mjeseca.

* * *

Rješenje. Ana će za štednju dobiti 38.50 kuna kamata i ukupno će uštedjeti 2038.50 kuna. Kad kupi mobitel, ostatak će joj još 38.50 kuna.

Inga će na kredit platiti 110 kuna kamata, pa će za mobitel ukupno platiti 2110 kuna.

Datum plaćanja	Iznos uplaćen na karticu	Kamate za protekli mjesec	Ukupno uplaćeni iznos	Ostatak duga
1. 2.	–	–	–	2000.00
1. 3.	200.00	20.00	220.00	1800.00
1. 4.	200.00	18.00	218.00	1600.00
1. 5.	200.00			
1. 6.	200.00			
1. 7.	200.00			
1. 8.	200.00			
1. 9.	200.00			
1. 10.	200.00			
1. 11.	200.00			
1. 12.	200.00			

Ukupno:				
Ukupan plaćeni iznos:				
Ukupne kamate do 1. 12.				
Ukupan iznos 1. 12.				

Račun:

$$K_1 = 2000 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.12 = 20$$

$$K_2 = 1800 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.12 = 18 \dots$$

* * *

Primjeri u članku nisu sasvim jednostavni, ali razumljivi su većini učenika osnovne škole. Rješavanjem ovakvih primjera učenici će dobiti ispravnu sliku o načinu obračuna kamata u svakidašnjici, i zbog toga će biti sposobniji donositi bolje financijske odluke u svom budućem životu. Ovakvi će primjeri učenicima biti zanimljivi, a i pomoći će odgovoru na pitanje "Zašto moram učiti matematiku?". Zato smatram da vrijedi uložiti trud i obraditi jednostavni kamatni račun u osnovnoj školi na ovakav način. Pogotovo ako imamo na umu da se većina učenika u svom školovanju više neće susresti s temama složenog kamatnog računa i zajmova, iako će im to znanje zasigurno trebati kasnije u životu.