

Obljetnica lokalizacije jednog računalnog programa

Šime Šuljić

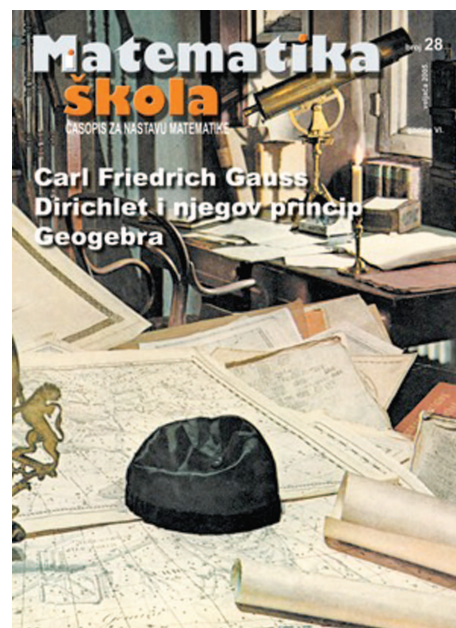
*Želiš li ići brzo, kreni sam.
Ako želiš stići daleko, idite zajedno.*

(Warren Buffett)

Krenimo sa zadatkom. Riječ *GeoGebra* osvanula je prvi puta u časopisu koji upravo čitate, na naslovnici 28. broja. Koliko je od tada naš MiŠ-ko napravio koraka, odnosno koliko je izišlo brojeva, lako ćemo izračunati bacimo li pogled na naslovnicu ovog broja. A koliko je prošlo godina od tada ako jedna godina broji pet MiŠ-jih koraka?

Da, napunilo se deset godina ili jedno desetljeće od objavljivanja prvog članka o *GeoGebri*, prvom softveru dinamične geometrije prevedenom na hrvatski jezik. Ali ne bi to bilo vrijedno nekog obilježavanja da ondašnje ružno pače nije preraslo u prekrasnog labuda, poznatog diljem svijeta i izvan matematičke zajednice. S obzirom na to da je u matematičkoj zajednici vrlo omiljen programski paket, naići ćemo na *GeoGebrine* uratke na mnogim matematičkim blogovima, *web*-stranicama, *web*-servisima... Kao niti jedan sličan program preveden je na više od 60 svjetskih jezika. Tražilica *Google* danas za pojam 'geogebra' izbacuje oko 4 milijuna dokumenata. Očito smo u ljeto 2004. godine napravili dobar odabir.

Danas se intenzivno govori o digitalizaciji obrazovnog sustava i same nastave. Pritom se ponekad čini kao da se kreće od nule, kao da ništa prethodno nije napravljeno, a što je još gore, kao da se u tom procesu matematičari može pristupiti kao svakom drugom predmetu. Podsjetit ću kako smo tada gledali na problem:



Posljednjih se godina sve više nameće potreba za uvođenjem računala i informacijsko komunikacijske tehnologije u nastavu. Nastava matematike od tog suvremenog zahtjeva naravno nije izuzeta. U mnoge se faze nastavnog procesa, od obrade nastavnih jedinica preko uvježbavanja do ispitivanja, može integrirati računalo i upotrijebiti mnoštvo različitih aplikacija. Nas će posebno zanimati može li se računalo upotrijebiti kao pomoć u spoznajnom procesu matematičkih istina. Odgovor je potvrđan, jer se već više od desetljeća razvijaju specijalizirani programi namijenjeni nastavi matematike. Ti programi pokrivaju razna područja matematike, ali možda je najdublje traga na nastavu matematike ostavio softver dinamične geometrije koji prožima sve stupnjeve matematičkog obrazovanja. Tu nije riječ o uobičajenom obrazovnom računalnom programu koji korisnika poučava i ispituje ograničen skup činjenica pohranjenih u bazu podataka. Radi

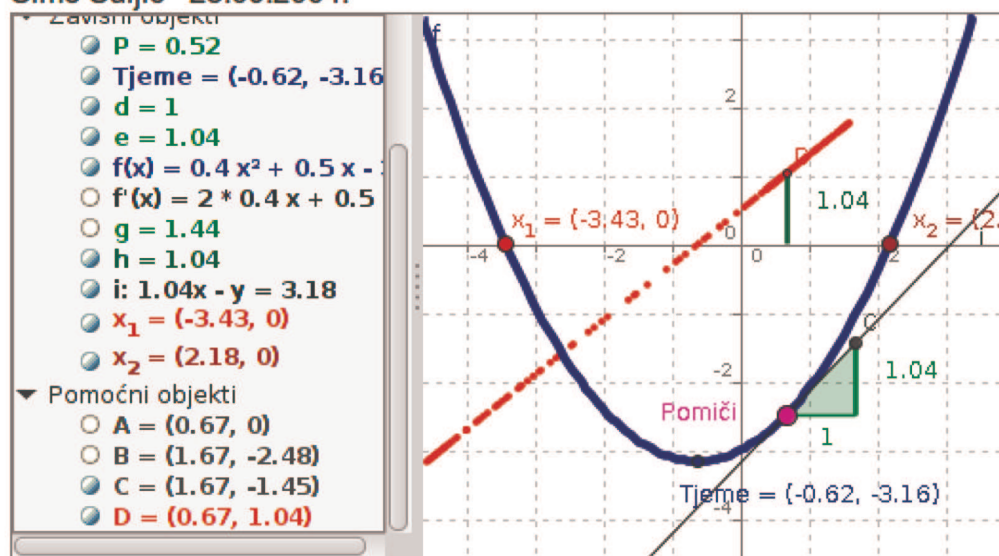
se o nečem puno uzbudljivijem. Stvoren je jedan virtualni laboratorij, odnosno istraživački poligon za ispitivanje geometrijskih činjenica, svojstava geometrijskih objekata i mnogih matematičkih tvrdnji koje se mogu dovesti u vezu s geometrijom. Posljednjih godina softver dinamične geometrije nije više samo alat za geometrijske konstrukcije, nego se "proteže" i na druga područja matematike.

Postojali su tada razni računalni programi dinamične geometrije: *The Geometer's Sketchpad*, *Cabri Geometre*, *Cinderella*, *Euklides*, *C.a.R.*, *Wingemom*, *Geonext*, *GeoGebra*, *EucliDraw*, *Descartes* i drugi. *Sketchpad* je uz *Cabri* bio najpoznatiji u svijetu, a i u našoj zemlji je vodeći. Napisao sam u tom članku: *Taj izvanredan program je u mnogočemu najbolji i svakako zaslužuje vrlo visoke ocjene. Sjetimo se da smo na stranicama ovog časopisa skovali naziv "skečpedoljupci" za poklonike tog programa, a takvih je podosta jer je program naprosto zarazan.*

Učiteljima i školama bio je tada problem cijena i način dobave komercijalnih programa, ali nije to bio jedini razlog zbog kojeg sam tražio alternativni program. Ti programi su uglavnom ima-

li mogućnost objave interaktivnog uratka na web-stranici tako da i korisnik, odnosno učenik, koji nema sam program može učiti i otkrivati matematiku. U tom su se pogledu posebno isticali i bili veliki korak ispred komercijalnih izdanja *Geonext* i *GeoGebra* jer su njihovi apleti bili potpuno istovjetni onome što se konstruiralo u samim programima. *Geonext* su razvijali stručnjaci na katedri za nastavu matematike pri njemačkom *Universität Bayreuth*. Kasnije se iz tog programa razvio projekt *JSXGraph* koji je riješio problem instalacije *Java* kako bi se apleti mogli vidjeti u pregledniku. Koliko je to dobro rješenje, najbolje se možete osvjedočiti sami pregledom e-udžbenika, koje je nedavno izradio slovenski *Zavod za školstvo* na stranici: <http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki>. Program je bio otvorenog koda i eksperimentirao sam s njim u namjeri da ga prevedem na hrvatski jezik. Kada je u jednom trenutku na mail-listi korisnika netko spomenuo *GeoGebra* mladog austrijskog profesora Markusa Hohenwartera isprobao sam i taj program. Bio je lakši i intuitivniji za uporabu. Iako je bio prilično slabiji u odnosu na tada vodeće *Cabri* i *Sketchpad*, imao je neke prednosti kao što je dvosmjernost u povezanosti između

Šime Šuljić - 25.09.2004.



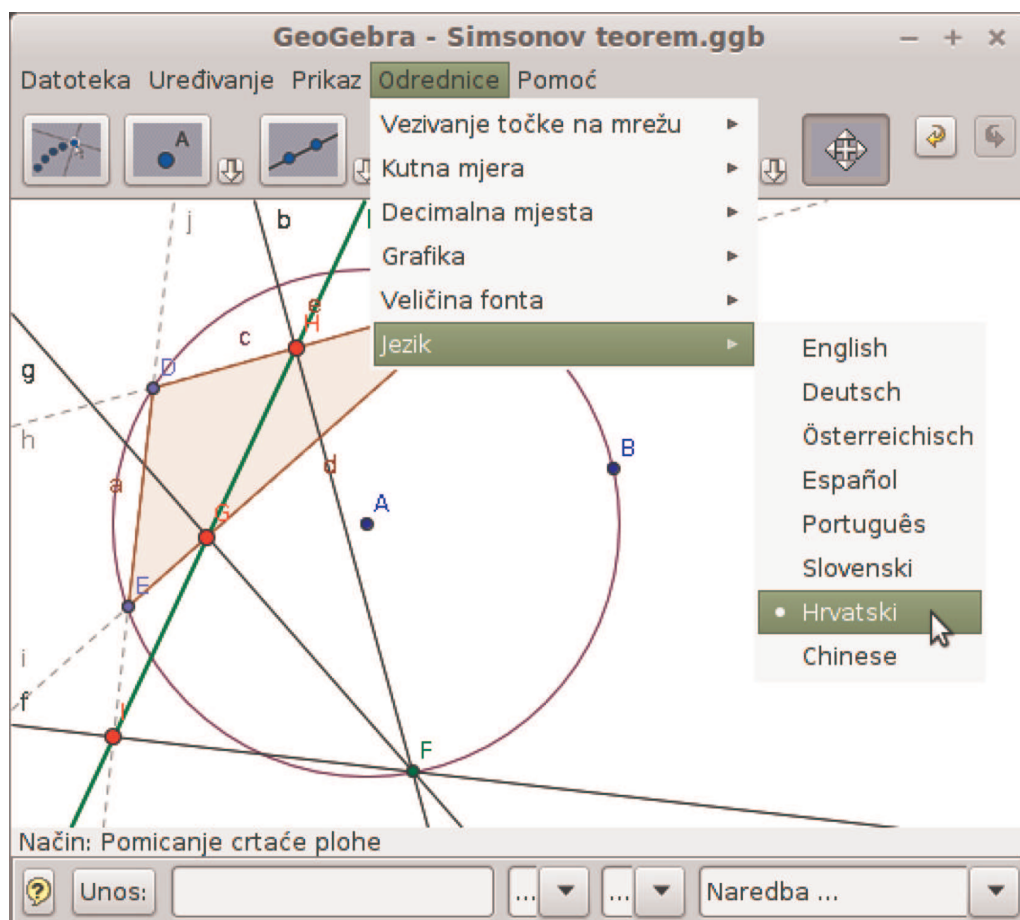
Povlačite točku Pomiči i promatrajte nagib tangente.

geometrijske i algebarske reprezentacije matematičkog objekta. Jednostavno rečeno, mijenjaš li jednađbu, mijenja se naravno objekt, ali i mijenja li se oblik i položaj objekta, mijenja se i njegova jednađba. Uz to u konikama i funkcijama je prednjačio pa je time imao veću primjenu u srednjim školama od *Geonexta*. Najvažnije od svega bila je potpuna funkcionalnost i lakoća kreiranja *web*-stranice s ugrađenim apletom. Evo kako je izgledala jedna od prvih *web*-stranica koju sam izradio u još nelokaliziranoj inačici programa.

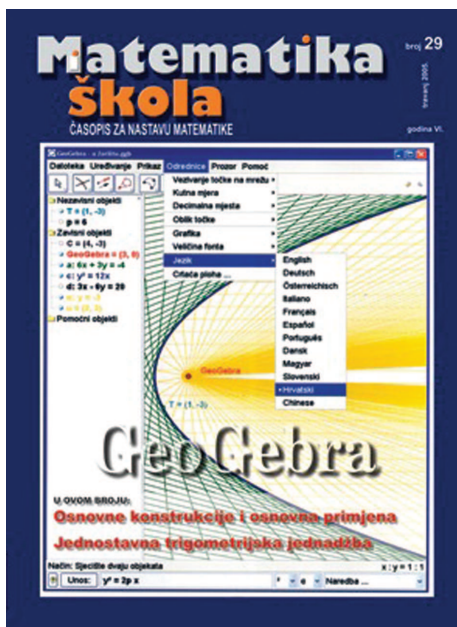
Poslu lokalizacije pristupili smo zajedno kolegica Ela Rac Marinić Kragić i ja. Kasnije su nam se pridružili i kolege Josip Kličinović, Željko Vrabec i Damir Belavić. U prvom trenutku nismo ni slutili koliko često će se nadograđivati taj programčić

i do kojih će se granica razvijati projekt. Kako je program bio otvorenog koda, programu i projektu priključili su se mnogi programeri, projektanti, metodičari nastave matematike, jezičari, informatički stručnjaci raznih profila, prevoditelji... Koliki je taj pogon, prosudite sami na adresi <http://www.geogebra.org/team>. U mnogim svojim nastupima čelnici projekta isticali su slogan: *Želiš li ići brzo, kreni sam. Ako želiš stići daleko, idite zajedno.* Čini se da je to tajna uspjeha.

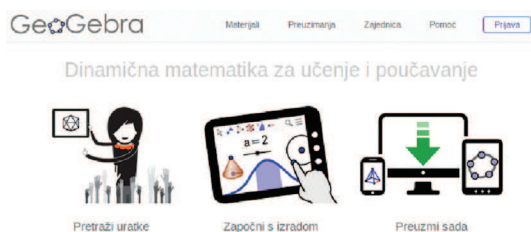
Kada smo prvi puta preuzeli dokumente za prijevod, *GeoGebra* je 'govorila' engleski, njemački, španjolski i slovenski. Prva hrvatska verzija osvanula je 4.11.2004. godine uz još dva nova jezika, kineskim i portugalskim.



Već uz sljedeći članak o *GeoGebri* u 29. broju *MiŠ*-a osvanulo je novo, grafički privlačnije sučelje programa, a i novi jezici. Toliko nam se dopalo da smo ga stavili na naslovnicu.



Izmjene programa nisu predstavljale problem za njene korisnike. Bez problema se i u najnovijoj inačici programa može otvoriti ono što smo radili tih davnih godina. Problem su predstavljali apleti radi stalnih sigurnosnih nadogradnji *Java*. Danas je taj problem riješen izravnim pretvaranjem *Java* apleta u *HTML5* jezik koji bez ikakvih dodataka i bez dužih čekanja otvaraju svi *web*-preglednici. Još više od toga, da biste koristili sam program, uopće ga ne morate preuzeti i instalirati, a nije vam nužno ni računalo, nego ga možete pokrenuti i na tabletu i na svom pametnom telefonu. Na *GeoGebrinom* portalu dočekat će vas ova slika:



Kliknete li na link *Započni s izradom* otvara se šest sličica:

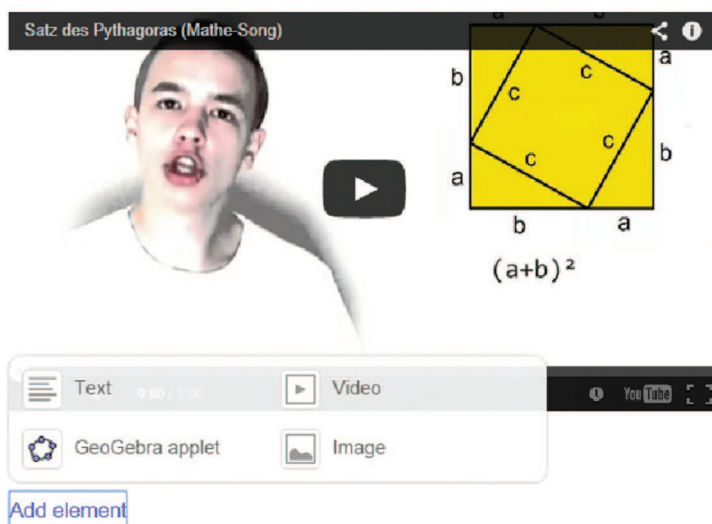


Klikom na bilo koju od tih ikona otvara se unutar preglednika potpuno funkcionalan program s postavkama za područje matematike koje želite raditi. U bilo kojem uređaju, na bilo kojem operativnom sustavu. Svoj uradak možete spremiti ili čak objaviti svijetu, svojim prijateljima ili sebi osobno za svoju nastavu.

Nije mi namjera u ovom jubilaranom članku opisivati tehničke mogućnosti programa, ali da je zaista riječ o fenomenu globalne razine potvrđuje i to što su neki drugi programi i servisi, koji učitelji često rabe, ugradili *GeoGebru* kao dodatak: *MS Power Point*, *MS Word* i *MS Office Mix*, preglednik *Chrome*, program za pametnu ploču *Smartboard Notebook*, servis *Wikispaces*, sustav za udaljeno učenje *Modle*... Moglo bi se nizati tko se sve od uglednih svjetskih metodičara priključio *GeoGebrinoj* zajednici i na koliko je konferencija *GeoGebra* postala dominantan alat, ali umjesto toga spomenimo neke primjere iz našeg susjedstva:

- svjetska *GeoGebrina* konferencija održala se 2014. godine u Budimpešti; Mađari su na EU fondove aplicirali s projektom *Geomtech* temeljenim na *GeoGebri*; u Mađarskoj je otvoren *GeoGebrin* ured sa stalno zaposlenima za održavanje serverskog sustava; nekoliko mađarskih sveučilišnih profesora čelni su ljudi *Međunarodnog GeoGebrinog instituta*

My great flexible worksheet



- 2011. je PMF u Novom Sadu organizirao međunarodnu *GeoGebrinu* konferenciju za jugoistočnu Europu sufinanciranu iz EU fondova
- *GeoGebra Centar* osnovan je pri Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu; neki su njihovi profesori sudjelovali u razvoju *GeoGebre*
- *Innovations in Mathematics Education* je započet bugarski projekt financiran od EU fondova, a baziran na *GeoGebri*
- na doktorskom studiju na FMF u Ljubljani *GeoGebra* je uvrštena u kolegij Izabrana poglavlja didaktike.

Iz Hrvatske nema ovakvih vijesti, jer se fakulteti koji obrazuju buduće nastavnike matematike iz njima znanih razloga uporno prave da *GeoGebra* ne postoji. Unatoč tome *GeoGebra* je sve više nazočna u hrvatskim školama i na fakultetima. Vidi se to dobro na servisu *GeoGebraTube*

(<https://tube.geogebra.org>), repozitoriju interaktivnih uradaka, gdje je sve više korisnika i radova na hrvatskom jeziku. To je mjesto na kojem možete naći svašta što vam treba za nastavu bilo kao pojedinačni uradak ili kao povezani e-udžbenik. I sve slobodno možete s prepravkama ili bez njih preuzeti i koristiti. Ako netko danas misli

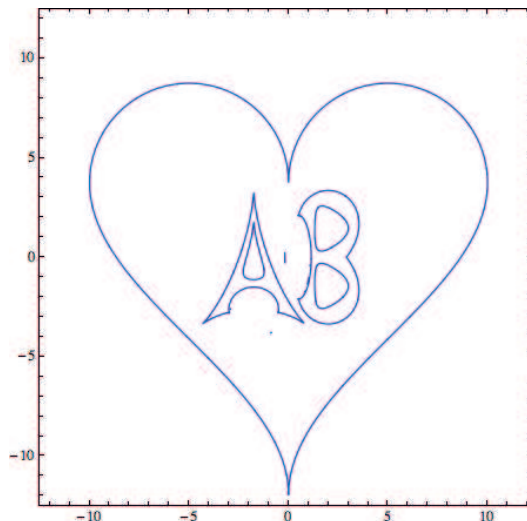
izrađivati e-udžbenike iz matematike bez interaktivnosti na kakvu tu nailazimo, radi uzaludan posao. A očekuju nas daljnja poboljšanja. Pored toga što već sada možemo u e-sadržaj uklopiti *GeoGebrin* interaktivni aplet, a matematičke formule vrlo jednostavno u tekst, moći ćemo uskoro dodati sliku i video. Zato ne pitajte tko će pisati e-udžbenike, jer samo ćete ih za sebe i za svoje učenike posložiti i spremi u svugdje dostupan i na svim platformama vidljiv 'oblak'!

Pitanje uporabe tehnologije sigurno nije najvažniji problem suvremene nastave matematike, ali je on očito nezaobilazan u sadašnjem trenutku. Zbog toga nam čitatelji ne bi trebali zamjeriti što smo toliko članaka u proteklih deset godina vezali uz *GeoGebru*. Osobno mi je uvijek drago kada u člancima koji stižu u uredništvo MiŠ-a vidim da je *GeoGebra* kolegicama i kolegama poslužila kao odskočna daska za nastavničku kreativnost koju nose u sebi. Divim se maštovitosti i kreativnosti na koje nailazim u uradcima vrijednih korisnika *GeoGebre*. Neki od njih kažu da su im članci u MiŠ-u bili početna inspiracija. Ovo je prilika da zahvalim svima koji su na bilo koji način poduprli lokalizaciju *GeoGebre* na hrvatski jezik i njezinu primjenu u matematičkom obrazovanju.

Algebarska jednađba za Valentinovo

Evo kako je matematičar David Caliri prošle godine svojoj dragoj poželio sretno Valentinovo:

Ja sam matematičar, a posebice numerolog. Na prošlogodišnje Valentinovo draga me upozorila da je taj datum iznimno važan jer se može zapisati kao 2/14/2014. Nisam smio zabrijati. Znao sam da želim li joj iskreno pokazati koliko mi je stalo (i ne promašiti), moram upotrijebiti matematiku i brojeve. Inicijali njezina imena su **AB** i sve što sam uspio smisliti je sljedeća algebarska jednađba (osim jednog "arccos" i konstante π) koja, kad se nacrtava u *Mathematici*, predstavlja slova **AB** (njezine inicijale) u srcu.



$$\begin{aligned}
 & \left(\left(\left(x + \frac{7}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 \right)^2 + \frac{9}{2} \left(\left(x + \frac{7}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 \right) \right. \\
 & - 4 \left(\left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^3 - \left(x + \frac{7}{4} \right)^2 \left(2y + \frac{3}{2} \right) \right) - \frac{27}{16} \left(\left(\left(x + \frac{7}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 \right)^2 \right. \\
 & + 18 \left(\left(x + \frac{7}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 \right) - 8 \left(\left(\frac{2y}{3} + \frac{1}{4} \right)^3 - \left(x + \frac{7}{4} \right)^2 \left(2y + \frac{9}{4} \right) \right) - 27 \Big) \\
 & \cdot \left(\sqrt{\left(-x - \frac{11}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{7}{4} \right)^2} + \sqrt{\left(-x - \frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + \frac{7}{4} \right)^2} - \frac{5}{2} \right) \\
 & \cdot \left(\sqrt{\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + (y - 2)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + (y + 2)^2} - \frac{21}{5} \right) \left(\sqrt{1 - \left(\left| \frac{x}{5} \right| - 1 \right)^2} - \frac{y}{5} + \frac{3}{4} \right) \\
 & \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\frac{2y}{3} + 2 \right)^2 + \left(x + \frac{11}{4} \right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2y}{3} + 2 \right)^2 + \left(x + \frac{3}{4} \right)^2} - \frac{5}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{11}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + 2 \right)^2} + \sqrt{\left(x + \frac{3}{4} \right)^2 + \left(\frac{2y}{3} + 2 \right)^2} - \frac{5}{2}} \left(\left((|y| + 1)^2 + (x - 2)^2 \right)^2 - 19 \left((|y| + 1)^2 - (x - 2)^2 \right) \right) \\
 & \cdot \left(\left(\left(|y| - \frac{29}{20} \right)^2 + (x - 1)^2 \right)^2 + 18 \left(\left(|y| - \frac{29}{20} \right)^2 + \left(x - \frac{219}{100} \right)^2 \right) - 8 \left(\left(x - \frac{5}{2} \right)^3 - 3 \left(x - \frac{39}{20} \right) \left(|y| - \frac{147}{100} \right)^2 \right) - 27 \right) \\
 & \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{(y - 2)^2 + \left(x - \frac{9}{20} \right)^2} + \sqrt{(y + 2)^2 + \left(x - \frac{9}{20} \right)^2} - \frac{21}{5}}{\sqrt{\left(x - \frac{9}{20} \right)^2 + (y - 2)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{9}{20} \right)^2 + (y + 2)^2} - \frac{21}{5}} \left(\cos^{-1} \left(1 - \left| \frac{x}{5} \right| \right) - \frac{y}{5} + \frac{3}{4} - \pi \right) = 0
 \end{aligned}$$

David Caliri