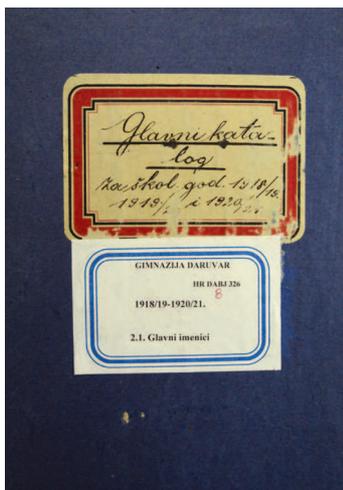


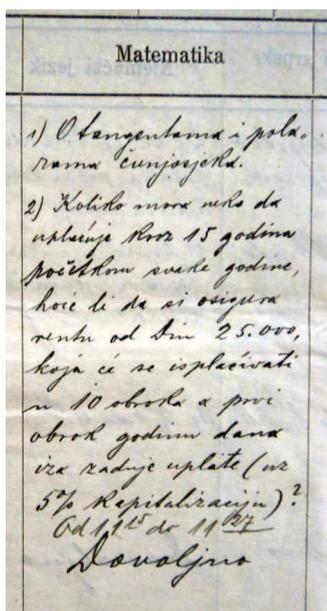
# Financijski sadržaji u nastavi matematike

Snježana Varga, Daruvar

Nedavno je jedna od mojih dviju škola u kojima radim, Gimnazija Daruvar, obilježila važnu obljetnicu postojanja. Između raznih aktivnosti koje su se provodile u sklopu obilježavanja te proslave izdvojila bih izložbu fotografija i dokumenata prve generacije daruvarskih gimnazijalaca. Iz mnoštva dokumenata, pozornost mi je privukao *Glavni zapisnik za ispit zrelosti, ljetni rok, godine 1923/24*. Jedan od zadataka iz matematike na tom ispitu glasio je:



*Koliko mora netko da uplaćuje kroz 15 godina početkom svake godine hoće li da si osigura rentu od Din 25.000 koja će se isplaćivati u 10 obroka a prvi obrok godinu dana iza zadnje uplate (uz 5 % kapitalizaciju)?*



Većina današnjih gimnazijalaca ne bi znala riješiti ovaj zadatak. Ne zato što je on jako težak, već zato što ne poučavamo ovakvu vrstu zadataka. Kada i zašto su financijske teme nestale iz gimnazijskih i ostalih programa? Jedino je u ekonomskim školama matematika uspjela zadržati taj financijski dio, a učenici takvih škola, iako dosta zaostaju po znanju opće matematike za gimnazijalcima, znali bi riješiti ovakav zadatak. Iako bi i njihov program sasvim sigurno trebalo osuvremeniti, postoje, nažalost, tendencije da se i on "očisti" od ovakvih sadržaja i svede na opću matematiku.

## Financijska (ne)pismenost

U srpnju 2014. voditeljica PISA centra Michelle Braš Roth u svom priopćenju za javnost objavila je rezultate procjene financijske pismenosti u sklopu OECD-ova istraživanja PISA 2012. Financijska pismenost ispitivala se u 18 zemalja među kojima je i Republika Hrvatska. U procjeni financijske pismenosti sudjelovalo je 1145 hrvatskih petnaestogodišnjaka iz 163 srednje škole te je na ukupnoj ljestvici financijske pismenosti Hrvatska zauzela 14. mjesto, što je Hrvatsku svrstalo u skupinu zemalja s rezultatom statistički značajno nižim od prosjeka OECD-a.

### Nastavni planovi i programi

U važećim nastavnim planovima i programima matematike za osnovne i srednje škole u Hrvatskoj, od više stotina tema i preko tisuću sati (ovisno o vrsti srednje škole) koje naši učenici slušaju tijekom osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja gotovo da nema nijedne teme za koju bismo mogli reći da je vezana uz financijsku pismenost. Preciznije u 2. razredu osnovne škole postoji tema *Jedinice za novac* te u 7. razredu *Jednostavni kamatni račun*. U srednjoškolskim programima, osim u ekonomskim i u manjoj mjeri u trgovačkim i hotelijerskim školama takvih tema nema. Istine radi, moram spomenuti da se u nekima od gimnazijskih udžbenika ipak može naći složeni kamatni račun kao primjer primjene eksponencijalne funkcije *i*/ili geometrijskog niza.

Čini se da i sami nastavnici matematike nisu s time nezadovoljni jer postoji percepcija da to baš i nije "prava" matematika, da se to ionako svodi samo na računanje pa se tu nema što podučavati (potpuno pogrešno) i da će se svaki učenik tj. budući građanin kada mu to zatreba (kod primjerice podizanja kredita) već nekako sam snaći u tome. Dijelom je to tako i zbog toga što je i većina nastavnika završila svoje obrazovanje uključujući i matematičke fakultete, a da nisu slušali financijske sadržaje.

U današnje vrijeme brzog razvoja tehnologije suočeni smo sa sve većim brojem različitih financijskih proizvoda i usluga, od različitih ponuđača te su ti proizvodi sve kompleksniji. Sve veći broj građana ima pristup takvim proizvodima te je na svakom pojedincu odgovornost da donosi brojne financijske odluke tijekom života i očekuje se da je dovoljno financijski pismen da zaštiti sebe i svojoj obitelji osigura potrebnu financijsku sigurnost. Možemo li očekivati od roditelja da znaju o tome educirati svoju djecu? Jesu li ipak škole mjesto gdje bi se o tome trebalo poučavati? Ako financijski sadržaji ne pripadaju matematici, u kojem nastavnom predmetu bi naši učenici trebali učiti o tome?

### Motivacija

S druge strane, kao nastavnici smo suočeni sa sve većom nemotiviranošću učenika za učenje matematike pa nam tako oni često postavljaju pitanja o svrhovitosti i smislu toga što ih podučavamo. Iako znamo odgovore na takva pitanja, morali bismo se zapitati jesmo li zaista u nekim segmentima nastave pretjerali s "čistoćom". Matematika se stoljećima razvijala između ostalog i kao odgovor na svakodnevne probleme te ih rješavala. Sada imamo vrlo razvijenu matematiku koju podučavamo ali smo je lišili brojeva i računanja, čime ona učenicima može izgledati suviše apstraktno i često nekako ne vide njenu prirodnu svrhu. Paradoksalno je da danas kada svi učenici imaju kalkulator izbjevamo zadatke u kojima se treba nešto malo više računati panično se bojeći da takvi zadatci nisu dovoljno pametni (godine 1924. kada je trebalo riješiti spomenuti zadatak učenici ga naravno nisu imali). Nisu li i nastavni planovi i programi barem dijelom krivi što učenici nisu motivirani i ne vide svrhu učenja ovakve matematike? Svjesni tog problema i autori udžbenika su se nastojali prilagoditi te su u svoje udžbenike počeli uključivati sve veći broj zadataka "iz života". Ti su zadatci nažalost ponekad toliko isforsirani da jedino što kod učenika izazivaju je podsmijeh. Kod svojih učenika ekonomskog usmjerenja, naročito kod financijskih dijelova matematike, nikada nisam primijetila izostanak motivacije i interesa. Dapače.

### Građanski odgoj i obrazovanje

Od školske godine 2014./2015. počela je provedba Građanskog odgoja i obrazovanja u osnovnim i srednjim školama, međupredmetno što znači i u nastavi matematike. Više o tome mogli ste pročitati u 76. broju ovog časopisa. Moja druga škola u kojoj radim Ekonomska i turistička škola u Daruvaru, eksperimentalno je provodila ovaj program još školske godine 2013./2014. u trećem razredu ekonomskog smjera pa sam već tada trebala integrirati građanski odgoj i obrazovanje u barem jedan sat nastave matematike. Kako u to vrijeme još nije bilo nikakvih posebnih smjernica za matematiku postupila sam čisto intuitivno: na malo drukčiji način

obradila sam temu *Interkalarne kamate*, smatrajući kako pitanje upravljanja financijama sigurno mora biti dio Građanskog odgoja i obrazovanja.

## Interkalarne kamate

Ovo je tema koja dolazi na samom kraju tzv. gospodarske matematike koju uče ekonomisti, nakon dugog niza sati iza aritmetičkog i geometrijskog niza te njihovih primjena: potrošačkog kredita, složenog kamatnog računa, periodičnih uplata (isplata), raznih vrsta zajmova itd. Neki od postojećih udžbenika ovu temu niti ne spominju, drugi joj posvete tek po koju rečenicu ili zadatak. Meni se čini pametno posvetiti joj dva školska sata ne zato što bi sama ta tema zahtijevala toliko vremena, već zato što se kao zaključak jedne velike cjeline odlično može iskoristiti za ponavljanje velikog i važnog dijela gospodarske matematike, a uz to je i odlična prilika za građanski odgoj i obrazovanje kao što ćete moći vidjeti iz primjera. Ukratko ću opisati kako to izgleda.

Za početak učenicima treba objasniti pojmove *počeka* i *interkalarnih kamata* te kako se one računaju što oduzima svega nekoliko minuta vremena.

Uobičajena je praksa da se kod dugoročnih zajmova oni ne počinju isplaćivati na kraju prvog razdoblja već nakon određenog razdoblja. Pogotovo je to izraženo u poduzetništvu gdje je potreban određeni period da se poduzetnik sa svojim proizvodom probije na tržištu i počne pozitivno poslovati. Znači, npr. poduzetnik je podigao zajam te je s pomoću njega pokrenuo posao ali će mu trebati još neko vrijeme prije nego što od zarađenih sredstava bude mogao otplaćivati zajam. To razdoblje zovemo *počekom* (engleski, *grace period*).

Ako je recimo zajam odobren na deset godina uz dvije godine počeka, znači da se zajam počinje otplaćivati u trećoj godini, tj. prvi se anuitet uplaćuje na kraju treće godine. No, za prve se dvije godine obračunavaju tzv. *interkalarne kamate*. Znači, interkalarne kamate su kamate koje dužnik plaća na odobrena sredstva za razdoblje od trenutka doznake tih sredstava do trenutka kada se ona počinju otplaćivati. One se obračunavaju složeno i dekurzivno uz kamatnjak  $p$ .

Interkalarna se kamata može:

- a) otplatiti odjednom u trenutku početka otplaćivanja zajma
- b) dodati iznosu odobrenog zajma u trenutku početka otplaćivanja zajma.

Slijede dva stvarna praktična primjera; učenici dobivaju radni list s tekstovima zadataka i ponekom uputom. Izračune trebaju provesti sami, uz zajedničku provjeru i diskusiju rješenja.

**Zadatak 1.** Grad Daruvar je 2004. godine od HBOR-a podigao zajam za izgradnju infrastrukture u poduzetničkoj zoni. Visina zajma bila je 600 000 kn, zajam se otplaćivao u 20 jednakih uzastopnih tromjesečnih otplatnih kvota, a prva kvota je dospjela na naplatu nakon tri godine počeka. Godišnja kamatna stopa i za vrijeme počeka i kasnije za vrijeme otplate zajma je 1.5 %. Obračun kamata je složeni, tromjesečni i dekurzivan s proporcionalnom metodom obračuna kamata (tj. koristi se relativna kamatna stopa). Interkalarne kamate se plaćaju odmah.

- a) Izračunaj interkalarne kamate.
- b) Izračunaj ukupni iznos kamata za vrijeme otplate kredita.

**Zadatak 2.** Ministarstvo graditeljstva i prostornog uređenja, u suradnji s Agencijom za pravni promet nekretnina, u svibnju 2013. objavilo je tzv. "POS +" – program poticanja prodaje novoizgrađenih stanova kako bi oživilo uspavano tržište nekretnina i pomoglo građanima da jeftinije dođu do svoje nekretnine. Program se sastoji u tome da kupac novoga stana može dobiti od države subvenciju od 200 eura/m<sup>2</sup> koju će vraćati tek nakon što otplati komercijalni kredit banci, uz 1 % kamata na svaku godinu počeka, dok će prilikom otplate subvencije ta kamata biti 4 %. Uvjeti su: 15 % depozita maksimalna cijena stana 1400 eura/m<sup>2</sup>, kredit podignut na maksimalno 31 godinu, od čega najviše 29 banci i najmanje 2 državi.

(Komercijalni krediti u bankama se kreću od 5.25 % do 6.35 %).

Napravite kalkulaciju prema ovom programu za kupnju stana od 60 m<sup>2</sup> po cijeni od 1300 eura/m<sup>2</sup> s komercijalnim kreditom u banci podignutim na 25 godina uz 5.5 % kamata i vraćanje subvencije državi narednih 5 godina tj. izračunajte:

- a) visinu depozita
- b) iznos državne subvencije
- c) iznos potrebnog kredita u banci
- d) mjesečni anuitet koji će korisnik vraćati banci 25 godina
- e) ukupni iznos koji će korisnik vratiti banci
- f) ukupnu vrijednost državne subvencije nakon 25 godina zajedno sa interkalarnim kamatama
- g) mjesečni anuitet koji će nakon 25 godina korisnik vraćati državi – sljedećih 5 godina
- h) ukupni iznos koji će korisnik vratiti državi
- i) ukupnu vrijednost svih kamata.

*Napomena.* Koristite konformnu kamatnu stopu.

Mišljenja sam da ovakva dva sata odlično povezuju matematičko obrazovanje, financijsko obrazovanje, građanski odgoj i obrazovanje te motivaciju učenika za nastavni proces. Moji učenici iz ekonomske škole odlično su prihvatili ovu temu, uspješno su riješili zadatke, a toliko su bili motivirani da su još sljedećih nekoliko sati postavljali desetke pitanja i iznosili slične primjere iz svoje okoline. Također smatram da bi ovakve teme bile vrlo poučne, korisne i motivirajuće kako za gimnazijalce tako i za sve ostale učenike četverogodišnjih srednjih škola kada bi program to omogućavao. Svi će oni u svojoj budućnosti morati donositi važne financijske planove, proračune i odluke kako za sebe i svoju obitelj, tako i na radnim mjestima na kojima će se nalaziti kao vlasnici ili zaposlenici privatnih tvrtki ili kao namještenici u gradskim ili državnim službama gdje se također donose brojne financijske odluke i upravlja novcem svih građana.

I na kraju zamolila bih vas, poštovani kolege da pokušate riješiti postavljene zadatke te da razmislite o sljedećim pitanjima:

- Zna li ih riješiti (s lakoćom, malo teže, djelomično)?
- Misli li da biste ih kao matematičari uopće trebali znati riješiti s lakoćom, ili smatrate da to nije vaše područje?

- Misli li da biste ih kao fakultetski obrazovani građani, bez obzira na struku trebali znati riješiti?
- Misli li da su stvarno toliko banalni da nije potrebno poučavanje takvih sadržaja ili da će to učenici savladati negdje drugdje (ako, da gdje)?
- Misli li da bi u današnje vrijeme bila poželjna/korisna takva znanja ili se ne treba time zamarat jer je dovoljno otići u banku gdje će službenik izračunati ratu kredita?
- Ako misli da je to bankarski posao, vjerujete li da će službenik znati odgovoriti na sva pitanja o izračunu ili je on samo obučen ubaciti podatke u računalo te prezentirati dobivena rješenja?
- Ostajete li i dalje pri mišljenju da se nastava matematike i dalje treba baviti isključivo sadržajima u kojima se učenici podučavaju npr. rješavati sve moguće vrste logaritamskih jednačbi, ili u njoj treba biti mjesta i za određene financijske sadržaje?

Spomenuto PISA istraživanje provedeno je među petnaestogodišnjacima pa u skladu s tim nije sadržavalo niti približno ovako teške zadatke.

Nije li jedan od razloga što smo se i kao pojedinci i kao država našli u ovako teškoj financijskoj krizi i taj što smo krajnje financijski neobrazovani?

*Rješenja zadataka:*

1. a) 27 563,90 kn    b) 23 625 kn
2. a) 11 700 €    b) 12 000 €    c) 54 300 €  
d) 329,12 €    e) 98 736 €    f) 15 389,18 €  
g) 282,92 €    h) 16 975,20 €    i) 49 411,20 €

### LITERATURA

- 1/ M. Braš Roth, M. Gregurović, A. Markočić Dekanić, D. Ružić: PISA 2012, *Financijska pismenost*.
- 2/ K. Šorić: *Matematika 3*, udžbenik i vježbenica za 3 razred srednje ekonomske škole.
- 3/ Nastavni plan i program za OS:  
<http://public.mzos.hr>.
- 4/ <http://www.apnhr.hr/posprogram-poticanja>.