

Kako smo otkrili GeoGebru 5?

Deana Bokšić, Split



Geometrija prostora je nešto što je učenicima oduvijek bio jedan od najvećih “problema” u nastavi matematike. Nije li to čudno s obzirom na činjenicu da su geometrijska tijela prisutna u prostoru posvuda oko nas? Osvrnimo se oko sebe... Nalaze se u građevinama koje je čovjek osmislio, umjetničkim skulpturama. Tvorevine same prirode oblika su geometrijskih tijela. Samo ih mi, u takvom kontekstu, ne doživljavamo “matematički”.

Na samom početku ove cjeline drugog razreda nastojim učenike detaljno uputiti u aksiomatiku geometrije prostora, a potom s njima temeljito obraditi međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina u prostoru. Svake godine pokušavam “unaprijediti” rad na ovoj cjelini i napraviti nešto novo što bi učenicima olakšalo svladavanje ovog gradiva.

Tako sam pripremila PowerPoint prezentacije s teorijskim uvodom, crtežima i zadacima koje trebaju riješiti, ali sam uz njih napravila i radne listiće koje trebaju istovremeno popunjavati. To učenicima omogućuje “aktivno” praćenje prezentacije što se pokazalo zanimljivije i puno korisnije za njih. Rješavaju zadatke, pogriješe, prezentira im se

točno rješenje; bude tu i rasprave, uvjeravanja, ali zapamte i lakše usvajaju gradivo.

Naravno da se koristim i gotovim modelima geometrijskih tijela, a poneke učenici sami izrađuju.

Pravi problemi nastaju kada trebaju odrediti presjeke geometrijskih tijela ravninama pri čemu nastaju različiti geometrijski likovi. Uzmimo jednostavan primjer presjeka kocke kada može nastati trokut, četverokut, peterokut ili šesterokut. Bez obzira što ih uputim da i u konstrukciji presjeka postoje određena “pravila” koja trebaju poštovati (npr. ravnina siječe paralelne strane kocke u paralelnim pravcima), mnogi učenici “ne vide” presjek. A tek

kada za određivanje presjeka treba odrediti probodiste pravca i ravnine?!?



Možda dio današnjeg problema leži u činjenici da tijekom osnovne i srednje škole u nastavi matematike nisu zastupljene osnove nacrtne geometrije? A budite sigurni da takve sadržaje možete pronaći u udžbenicima iz matematike za 8. razred od prije 30-ak godina.

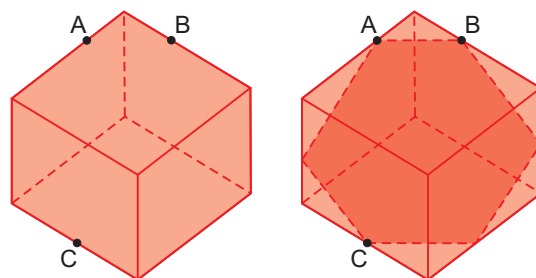
To su sve razlozi zbog kojih sam ove godine odlučila s učenicima trećeg razreda pokrenuti jedan “mali” projekt. Planirali smo napraviti dinamičke aplete u programu *GeoGebra* koji bi prikazivali presjeke prizme, piramide i oblikih geometrijskih tijela ravninama zadanim trima nekolinearnim točkama. Točke se mogu birati (mijenjati njihov položaj na proizvoljno odabranom bridu ili zakrivljenoj plohi) pri čemu nastanu različiti geometrijski likovi.

Učenici koji su svladali gradivo geometrije prostora bili su vrlo zainteresirani i odmah su shvatili što je njihov zadatak. Jedna grupa učenika je bila zadužena za prizme i piramide, a druga za obla geometrijska tijela.

Ipak, taj posao ni za koga od nas nije bio nimalo lagan... Kako učenici III. gimnazije Split ne rade u redovnoj nastavi s računalnim programima dinamičke geometrije, prvi korak je bio uputiti ih u rad s programom *GeoGebra*. Naša profesorica informatike Julijana Novaković (koja nam je od samog početka pružala veliku podršku) bila je spremna pomoći i taj dio posla je ona preuzela na sebe. Rađajući na ovom projektnom zadatku, svi smo učili i otkrivali nove mogućnosti. Shvatili smo da upravo

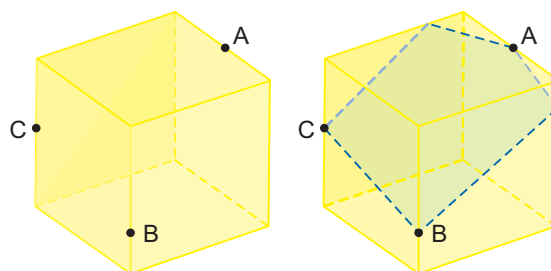
GeoGebra 5.0 beta s 3D prikazom (beta-verzija je nedovršena inačica novog programa u kojoj su popravljene sintaktičke i logičke pogreške pronađene pri alfa-ispitivanju) pruža najviše u prikazivanju onoga što nama treba. Ona omogućuje rotaciju, trodimenzionalni pogled na geometrijsko tijelo sa svih strana i odmah izdvaja crtež nastalog presjeka. Uz zgodan odabir boja, sve je prikazano vrlo zorno kao što se vidi i na priloženim slikama. Do tih spoznaja nismo došli odmah, već postupnim radom i sa svakim sljedećim primjerom, otkrivali smo nove mogućnosti. Za sve nas je to postala “igra” i veliki izazov.

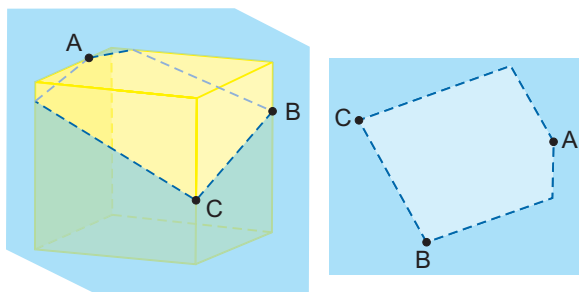
Primjer 1. Za proizvoljno odabrane točke A , B i C na bridovima kocke, nađite presjek ravnine ABC s kockom.



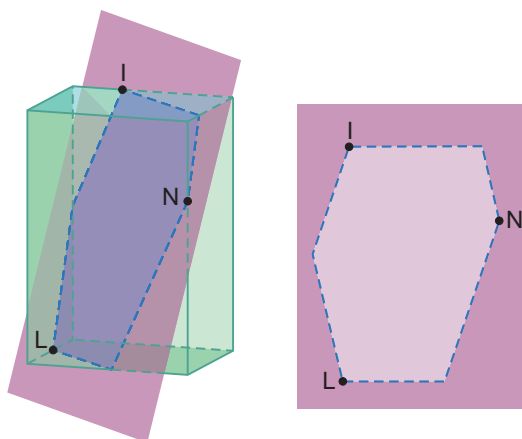
Shvatili smo da možemo dobiti “pogled” s više strana (ako zarotiramo kocku) te je moguće izdvojiti i nastali geometrijski lik.

To, uz nešto drukčiji odabir točaka A , B i C na bridovima kocke, izgleda ovako:

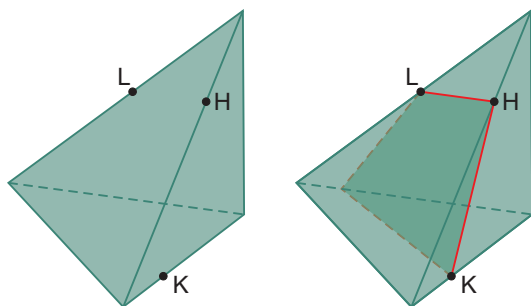




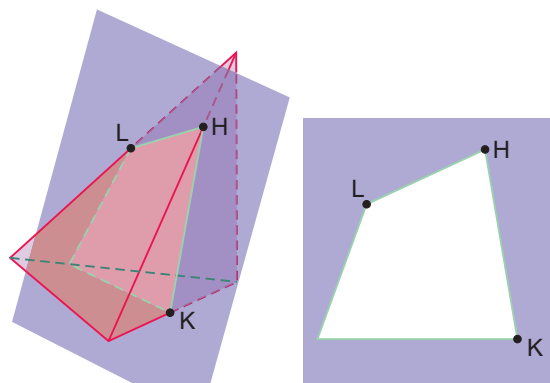
Primjer 2. Za proizvoljno odabrane točke I , L i N na bridovima kvadra, nađite presjek ravnine ILN s kvadrom i prikažite nastali presjek u ravnini.



Primjer 3. Nađite presjek ravnine LHK s tetraedrom.



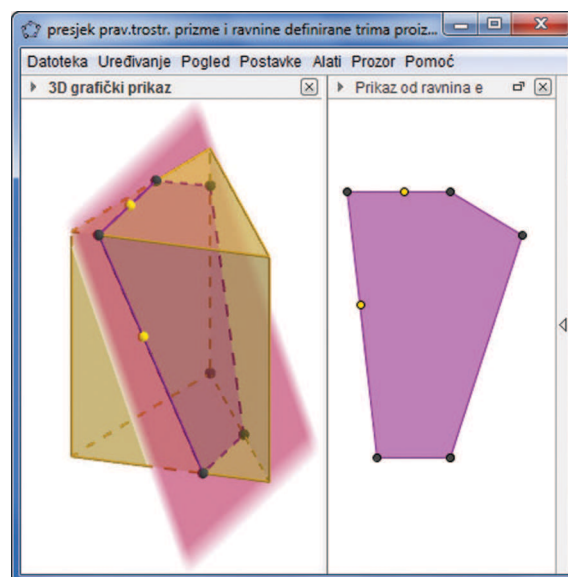
Uz nešto drukčiji odabir boja, imamo ovakvu sliku koja odmah izdvaja nastali presjek.



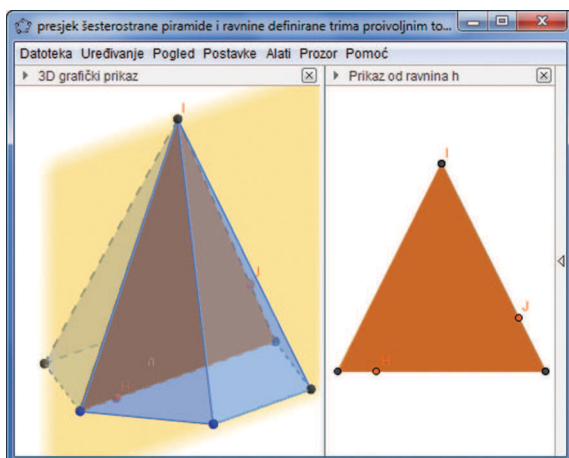
Kada se ovo koristi u radu s učenicima, dobro je odabrati točke, ostaviti ih da sami odrede presjke (na pripremljenom nastavnom listiću) i tek onda im prikazati točno rješenje. Tada svakako treba zarotirati geometrijsko tijelo da vide nastali presjek sa svih strana.

Sve to možemo napraviti i tako da prostorni koordinatni sustav ostane vidljiv.

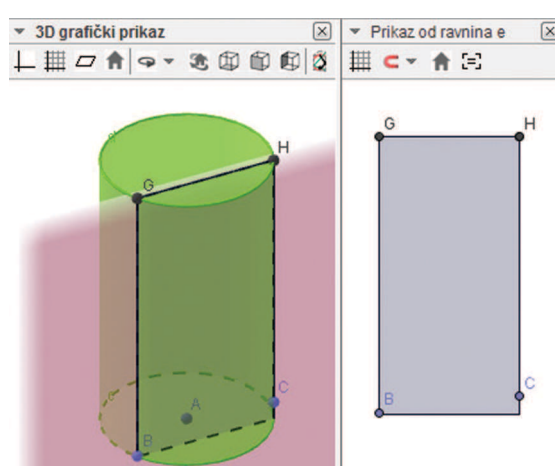
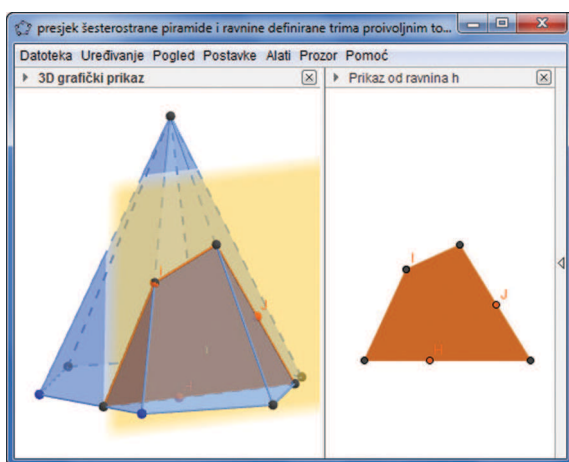
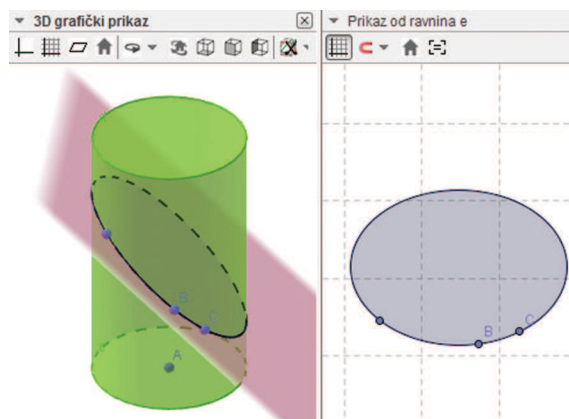
Primjer 4. Za proizvoljno odabrane točke G , H i J na bridovima trostrane prizme, nađite presjek ravnine GHI s trostranom prizmom i prikažite ga u ravnini.



Primjer 5. Nadite presjek ravnine IJH s pravilnom šesterostranom piramidom i prikažite nastali presjek.



Primjer 6. Nadite presjek valjka i ravnine BCD i prikažite nastali presjek. Sami birajte točke na rubovima ili unutar valjka tako da presjeci budu različiti geometrijski likovi.

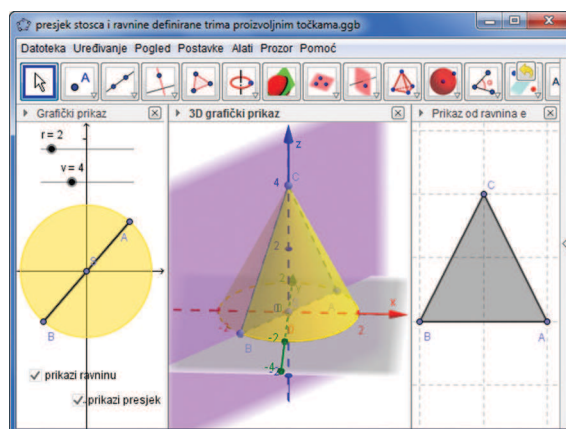
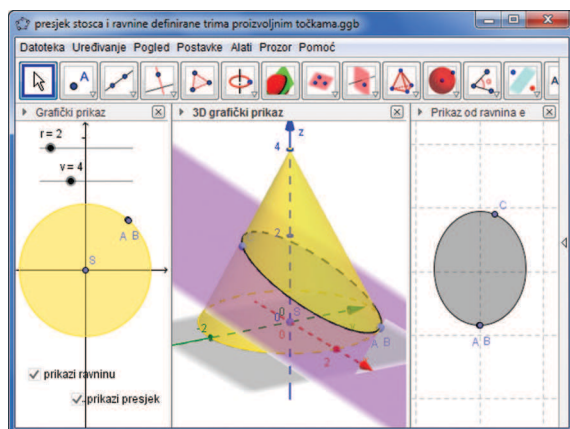


Louvre piramida (Pariz, Francuska)

Kad smo jednom počeli, ideje su se same stvarale. Uskoro u trećem razredu počinjemo obrađivati krivulje drugog reda. Za uvodni sat učenici su već pripremili aplet s presjekom stošca ravninama, a rubovi presjeka su upravo te krivulje.

U sklopu svake prezentacije učenici uvijek predode i zanimljivu primjenu geometrijskih tijela i krivulja u arhitekturi ili prirodi, kao što je primjerice staklena piramida muzeja Louvre u Parizu.

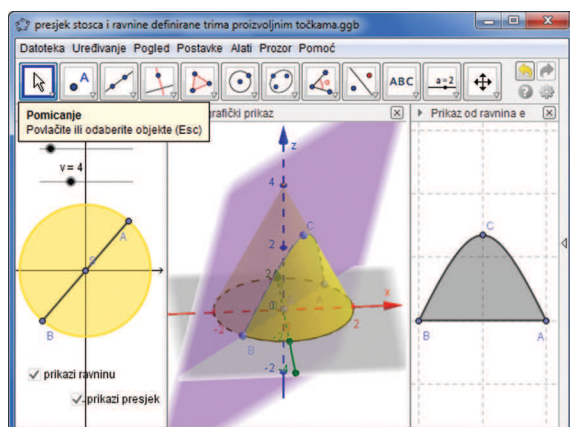
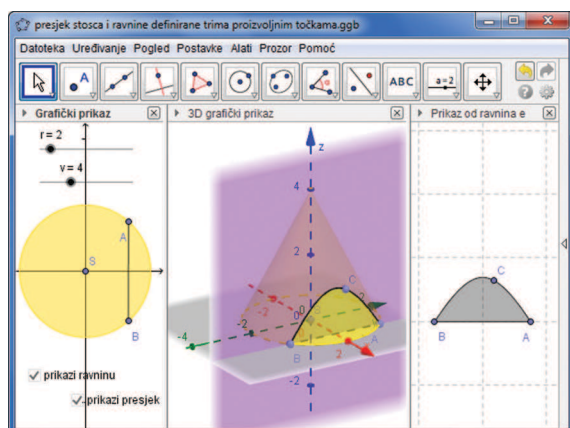
Primjer 7. Prikažite presjeka stošca ravninama tako da rubovi tih presjeka budu elipsa, hiperbola i parabola.



Moja prvotna ideja je bila da napravimo nešto što će nam svima koristiti u nastavi matematike. Ove radove smo stavili na mrežne stranice škole i može ih pogledati tko želi (uz instalirani program Java 7).

Poslije smo naš rad vrlo uspješno prezentirali i na Večeri matematike. Pokazali smo da mi matematiku vidimo "u bojama", a s dopunjenom verzijom smo početkom travnja sudjelovali i na ovdgođšnjem Festivalu znanosti u Splitu.

Ne možemo se zaustaviti. . .



Glass Museum (Tacoma, SAD)

Brojkozemska

Jednom, davno, davno, iza sedam mora,
Dalekih ravnica i visokih gora,
Postojala je zemlja neobična, luda,
Zemlja kojom brojevi hodali su svuda.

Dvojke i trojke sadile su hranu,
Četvorke i petice znale liječiti svaku ranu
Šestice i sedmice su vodile dućane,
A osmice i devetice vojsku obrane.

Njome je vladao kralj vrlo vrijedan
Kojeg svi su voljeli, a zvao se Jedan.
Kralj Jedan imao je neobičan dar
Mogao je stvoriti bilo koju stvar.

Čarolije je imao u malome prstu
I znao je dočarati baš svaku vrstu,
A o najvećem broju on je snivao
Jer u stvaranju brojeva je uživao.

Želio je stvoriti najveće brojeve,
A za to nije imao nikakve strojeve
Najprije je zbunio čitav svijet
Kada je stvorio broj deset.

Broj deset ima znamenke dvije,
Jedan i nulu u sebi krije.
Deset je prstiju na obje ruke,
Deset mi učimo bez puno muke.

Kralj je tada stvorio i sto,
A kako – lako vidimo to.
Uzmi deset i nulu mu daj
I u stotici svojoj uživaj.

Kada desetero djece ruke ispruži
Prebroji im prste i sto zaokruži!
Na sto stupnjeva voda vrije,
Sa sto kuna Mažuranić se smije!

Naš kralj ni tu izmišljat nije stao
Već je stotici još jednu nulu dao
I eto tako, čiriba-čiribu
Stvori kralj i tisuću.

Kad zajedno se nađe sto puževa, sto mrava,
Sto deva, sto konja, sto zmija, sto krava,
sto zebri, sto žirafa, sto miševa, sto ptica,
Životinjska je to tisućica.

Kažu da slika vrijedi tisući riječi,
Sadako želi tisuću ždralova steći
Zadovoljno kralj sa čela briše znoj,
Tisuću je zaista čaroban broj.

Prije no što ptić otvori kljun
Stvori kralj i milijun!
Šest on nula uz jedinicu krije,
On je sve, al malen nije.

Ako je tvoja mašta malo veća
Odaberi tisuću vrsta cvijeća
Od svake vrste posadi tisuću cvjetova
I dobit ćeš milijun iz svojih vrtova.

Svi mi želimo milijunaši biti,
Zemlja mora godine svoje u milijunima brojiti,
Milijun sekundi čini dvanaest dana
Ovaj broj baš nema mana.

Kada je kralj devet nula napisao,
Tada je već jedva disao,
Milijarda je broj veliki, pravi,
Od njega se zaista vrti u glavi.

Milijardu čini tisuću milijuna
Ne mogu zamisliti toliko kuna,
Na svijetu živi sedam milijardi ljudi
Tom broju se divi, njemu se čudi.

Izmisli kralj i bilijun cijeli
tu su se jedan i dvanaest nula sreli
Ako imaš milijuna milijun
Možeš reći da imaš bilijun.

Naš je kralj i dalje razmišljao
Velike brojeve stalno je smišljao,
Bilijarde, trilijuni, trilijarde, kvadrilijuni,
Brojevi to su nula puni.

I tako je živio naš kralj Jedan
Cijeli on život bio je vrijedan
Ali najveći broj stvorio nije
Jer jedna tajna ovdje se krije.

Brojevi nisu čarolije, čari
Brojevi nisu obične stvari
Gdje ih je mnogo, može još više,
Probaj prebrojiti kapi kiše.

Probaj prebrojiti iglice bora,
Čestice pijeska na dnu mora
Vlati trave na livadi bez kraja
I koliko nas zvjezdica dijeli do raja.

Kralj je shvatio da istina stoji
Najveći broj ne postoji!

Ana Marija Klarić