

Tko je prvi koristio znakove $+$ i $-$?

Franka Miriam Brueckler,
Zagreb

Povijest matematike, znamo to dobro, obiluje mnogim zanimljivim primjerima i anegdotama. No, iako mnogi znaju, primjerice, tko je bio Leonhard Euler ili koja su tri klasična matematička problema, većina ljudi teško će reći za mnoge danas u matematici svakodnevne oznake, pojmove i teoreme kad su se po prvi put pojavili, a još teže tko ih je prvi koristio, uveo, proučavao, dokazao... U člancima pod naslovom **Tko je prvi...?** pokušat ćemo odgovoriti na takva pitanja.



Za početak ćemo saznati **tko je prvi koristio znakove $+$ i $-$** .

Manje-više, prva asocijacija koju netko ima na matematiku je računanje. Dvije osnovne računske operacije intuitivno poznate od tko-zna-kako-davno su zbrajanje i oduzimanje. No, tek u novijoj povijesti one se označavaju znakovima koje danas koristimo.

Tijekom dobrog dijela povijesti nisu postojali matematički simboli, već su se svi računi opisivali riječima. Iznimke naravno postoje; tako se primjerice u Rhindovom papirusu, najpoznatijem izvoru o staroegipatskoj matematici (koji potječe iz otprilike 1650. g. pr. Kr.), kao simboli za zbrajanja i oduzimanja koriste noge koje dolaze, odnosno odlaze:



Tek potkraj razdoblja klasične grčke matematike pojavili su se prvi sustavniji načini označavanja računskih operacija. Tako je Diofant u (vjerojatno) 3. stoljeću zbrajanje bilježio jednostavnim nadopisivanjem (kao što danas često znamo označavati množenje), a kao znak za oduzimanje koristio je znak izgleda, približno:



Bilježenje zbrajanja nadopisivanjem vidimo i na mnogim drugim mjestima, a posebno je izrazito u kumulativno aditivnim brojevnim sustavima kakvi su bili mnogi stari sustavi. Tako, primjerice, rimski zapis broja 3 kao 'III' vrlo očigledno pokazuje shvaćanje nadopisivanja kao zbrajanja.

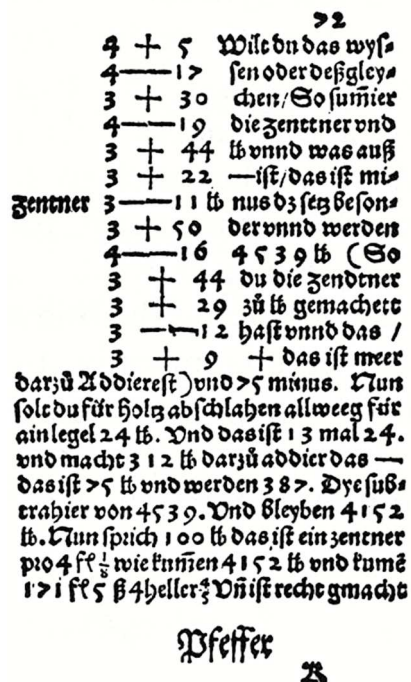
Tijekom europskog srednjeg vijeka zbrajanje se najčešće iskazivalo latinskim veznikom *et*, te se primjerice kod Nicole d'Oresmea, francuskog biskupa, filozofa i znanstvenika (14. stoljeće) mogu

naći zapisi koji podsjećaju na današnji znak $+$, a vjerojatno se radilo o skraćenom zapisu riječi *et*. Moguće je i da autor te pokrate nije d'Oresme, nego neki kasniji autor koji je prepisivao d'Oresmeova djela (podsjećamo, u to doba još nije bilo tiska, te je spise i knjige bilo nužno prepisivati ručno ako se željelo imati više kopija istog djela). Općenito se smatra da se znak $+$ razvio kao oznaka za zbrajanje upravo kao pokrata za *et* i da se u rukopisima pojavio, možda i ustalio, najkasnije tijekom 15. stoljeća (može ga se naći u više rukopisa iz tog doba). Točno podrijetlo znaka $-$ nije poznato, ali se također koristio u to doba.

Najstarija poznata pojava znakova $+$ i $-$ u tisku potječe iz 1489. godine. Radi se o knjizi o trgovačkoj matematici naziva *Behende und hübsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft*, objavljenoj u Leipzigu. Autor te knjige je Johannes Widmann, koji je ujedno prva osoba u povijesti koja je održala predavanje iz algebre u Njemačkoj (1486., Leipzig). Ipak, njegovo korištenje znakova $+$ i $-$ ne odnosi se na zbrajanje, a niti na predznake u matematičkom smislu, nego jednostavno na označavanje viška i manjka u trgovačkim problemima. S druge strane, smatra se da je Widmann te simbole, i to upravo kao oznake za operacije, vidio i preuzeo od nekog drugog autora, a navodno ih je koristio i u svojim predavanjima. Na slici gore desno vidi se kako su ti znakovi izgledali kod Widmanna (izvor: Wikipedia).

Napomenimo ovdje da su se tijekom renesanse često koristili i drugi simboli za zbrajanje i oduzimanje. Posebno često se zbrajanje označavalo s *p*, a oduzimanje s *m* (oba sa ili bez znaka tilda, $\sim$, ponad njih); očigledno je odakle upravo te oznake — nazivi *plus* i *minus* latinski su i potječu iz rimske države.

Kako se čini, najranije povijesno pouzdano korištenje znakova $+$ i $-$ za operacije zbrajanje i oduzimanje potječe iz 16. stoljeća: koristio ih je Girolamo Cardano u svom djelu *De l'arte de luthier* objavljenoj 1545. u Antwerpenu. U otprilike isto doba, u djelu *Ayn new Kunstlich Buech* objavljenoj 1518. u Nürnbergu, te simbole koristi i Henricus Grammateus (poznat kao Heinrich Schreiber). Neki autori smatraju da je upravo Grammateus naveo van der Hoeckea na korištenje tih simbola.



stranica iz knjige J. Widmanna

Tijekom 16. stoljeća uporaba ovih simbola se proširila Europom, pri čemu je sama tipografija dugo ostala neujednačena. Tako su se uz simbol poput današnjeg $+$ za zbrajanje koristili i neki drugi tipovi križeva (latinski $\dagger$ su koristili primjerice Christiaan Huygens i Pierre de Fermat u 17. stoljeću, a neki su čak koristili malteški križ $\otimes$). Također, tijekom 16. i 17. stoljeća se oduzimanje (osim znakom $-$) nerijetko označavalo i znakom koji danas ponekad koristimo za dijeljenje ($\div$) ili s dvije ili tri točkice u nizu.

Bilo kako bilo, možemo uzeti da se ova dva danas tako uobičajena znaka rabe tek u posljednjih petstotinjak ili šestotinjak godina — a toliko mnogo matematike nastalo je i razvilo se bez njih! Stoga završavamo s mišlju koja gotovo da može biti lajtmotiv za ovu rubriku: *sve što danas podrazumijevamo u matematici nije oduvijek tako bilo*. Imajući to na pameti, zasigurno ćemo manje dramatično doživjeti poteškoće koje neki đaci (a i poneki odrasli) znaju imati s matematičkom simbolikom i matematikom općenito.