

Plimpton 322



*Maja Libl, Umag
Ivan Matić, Osijek*

Uvod

Dok se brojni matematičari trude naći nove primjene matematike, moderna znanstvena otkrića i inovativne pristupe nastavi, neki pak gledaju unazad, u davno vrijeme nastanka prvih rezultata u matematici odakle i povjesničari i matematičari mogu crpiti znanja i ideje. Kako je to gotovo uvijek u povijesnim istraživanjima, kod nalaza postoje različita tumačenja o njihovu porijeklu, sadržaju, razlogu nastanka pa i o samoj namjeni. U ovom ćemo radu opisati jednu od sačuvanih glinenih pločica iz babilonske ere od prije oko 4000 godina, pločicu koja predstavlja jedan od prvih tragova nastave matematike, poznatu pod nazivom **Plimpton 322**. Ova glinena pločica, za koju se smatra da datira iz otprilike 1760. godine prije Krista, svoj naziv duguje kolekcionaru Georgeu Arthuru Plimptonu u čijoj se zbirci na Sveučilištu u Columbiji nalazi.

Kako bismo mogli bolje razumijeti sadržaj ove važne povijesne ostavštine, upoznajmo se najprije s matematikom njenih tvoraca.

Babilonska civilizacija se razvila oko 2000. prije Krista propašću sumeranske civilizacije u Mezopotamiji, području koje danas dijelom pripada Iraku. Sumeranska civilizacija bila je napredna, gradila

je gradove i razvila sustave za navodnjavanje, a stvorena je miješanjem sumeranske i akadske kulture. Babilonci su od Sumerana naslijedili ideje za seksagezimalni brojevni sustav i klinasto pismo kojim su pisali po glinenim pločicama. Pisali su zašiljenom trskom po glinenim pločicama koje su se kasnije pekle na suncu. Osim zadataka i tablica, sadržavale su i nacрте spomenutih sustava za navodnjavanje.

Mnoge od tih pločica su ostale sačuvane i upravo one su izvori za proučavanje povijesti babilonske matematike.

Babilonci su koristili brojevni sustav s bazom 60 koji su Sumerani razvili oko 2500. godine prije Krista. Postoje brojne teorije o tome zašto su Sumerani odabrali broj 60 za bazu svog sustava. Mnogi kao razlog navode velik broj djeljitelja broja 60 (koji je najmanji prirodan broj djeljiv s 1, 2, 3, 4 i 5 te stoga baza 60 pridonosi jednostavnijoj podjeli na trećine, četvrtine i petine), dok prema drugima razlozi leže u iznimnom interesu Sumerana za astronomiju, gdje se 60 može dovesti do veze s brojem tada poznatih planeta, mjeseci i dana u godini.

Zaista, ono što smo do danas zadržali od Sumera na je podjela tjedna na 7 dana, dana na 24 sata,

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎵𐎶 22	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 59
𐎶𐎵 10	𐎶𐎵𐎶 20	𐎶𐎵𐎶𐎶 30	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶 40	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶 50	

Slika 1. Znamenke u babilonskom brojevnom sustavu.

sata na 60 minuta i minuta na 60 sekundi. Pretpostavlja se da su znali kako broj stupnjeva u krugu iznosi 360 i kako godina ima 365 dana.

Babilonci su za prikaz brojeva koristili samo dva osnovna oblika: simbol 𐎶 za 1 i simbol 𐎶𐎵 za 10. Na Slici 1 vidimo kombinacije ta dva osnovna oblika za prikaz 59 znamenaka njihova brojevnog sustava.

Sustav je bio pozicijski. U pozicijskom brojevnom sustavu, kakav i danas koristimo, vrijednost znamenke ovisi o njezinu položaju u broju pa se prilikom zapisivanja moralo paziti na prazna mjesta između brojeva. Primjerice, u dekadskom zapisu broja 4305 nula se koristi da pozicije znamenaka 4 i 3 budu točne, jer broj 435 ima drugačije značenje, kao i broj 3405. Slično tome, u zapisu kakav su koristili Babilonci broj

𐎶 𐎶𐎵 𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵

predstavlja $1 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60 + 36 = 3756$. Znamenka najveće težinske vrijednosti nalazi se s lijeve strane i njezina težinska vrijednost jednaka je $60 \cdot n$ gdje je n takav da može biti $1 \leq n \leq 59$. Babilonci nisu imali simbol za nulu niti simbol za decimalnu točku te se sve moralo prosuđivati iz konteksta, što komplicira tumačenje nalaza iz tog doba.

Plimpton 322

Pločica Plimpton 322 (slika 2) veličine je današnjeg džepnog računala te sadrži jedan redak čistog teksta i tablicu brojeva s 4 stupca i 15 redaka.

Pločica je djelomično oštećena u lijevom gornjem kutu, pa nedostaje dobar dio prvog stupca dok su drugi, treći i četvrti stupac potpuno vidljivi.

O sadržaju pločice

U početku se smatralo kako je Plimpton 322 samo još jedan primjer babilonskog zapisnika, jer su drevni Babilonci na brojnim sličnim pločicama zapisivali količine žitarica, brojno stanje stoke ili izračune poreza. No, početkom 40-ih godina prošlog stoljeća su povjesničari Otto Neugebauer i Abraham Sachs primijetili kako redci na pločici zadovoljavaju zanimljivo svojstvo, usko vezano uz takozvane Pitagorine trojke, tj. uređene trojke prirodnih brojeva (a, b, c) koje zadovoljavaju jednakost $a^2 + b^2 = c^2$.

Naime, brojevi u srednja dva stupca su upravo duljine kraće stranice b i hipotenuze c pravokutnog trokuta (gdje je $b < a$). U gornjem retku pločice iznad drugog stupca stoji 'širina', dok je iznad trećeg stupca napisano 'dijagonala'. Kako je u to vrijeme



Slika 2. Plimpton 322

pravokutni trokut bio promatran kao polovica pravokutnika, tj. dio na koji pravokutnik dijeli jedna njegova dijagonala, hipotenuza pravokutnog trokuta je bila nazivana dijagonalom, dok je kraća stranica bila nazivana širinom. Prvi stupac, gledano s lijeva, sadrži kvocijente $\left(\frac{c}{a}\right)^2$ ili $\left(\frac{b}{a}\right)^2$, dok posljednji stupac sadrži numeraciju redaka od 1 do 15. Nije moguće sa sigurnošću utvrditi o kojima se od navedenih kvocijenata u prvom stupcu radi jer oštećenja na pločici skrivaju vodeću znamenku, koja može biti 0 ili 1. Primijetimo da zaista iz identiteta $a^2 + b^2 = c^2$ dijeljenjem s a^2 dobivamo $1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2$ te se navedeni kvocijenti zbilja razlikuju za 1.

Navedimo i prvih nekoliko redaka pločice:

(1).9834	119	169	1
(1).9416	3367	11521	2
(1).9188	4601	6649	3
(1).8862	12 709	18 541	4
(1).8150	65	97	5

(podsjetimo kako zbog oštećenja ne možemo biti sigurni počinju li brojevi u prvom stupcu s 0 ili s 1).

Autor ove pločice ipak je načinio i nekoliko manjih pogrešaka u računu, koje se nalaze u drugom, osmom, devetom, trinaestom i petnaestom retku. Pogrešku u drugom retku možemo lako provjeriti, jer pravokutni trokut duljine hipotenuze 11 521 i jedne katete 3367 nema drugu katetu cjelobrojne duljine.

To ipak ne umanjuje činjenicu kako je Plimpton 322 dokaz da su Pitagorine trojke bile poznate i tisućama godina prije pojave matematičara antičke Grčke. Kako nema povijesnih dokaza da su Babilonci poznavali i dokaz Pitagorina teorema, smatra se kako su se tim rezultatom koristili kao prihvaćenim pravilom. No, ispostavlja se kako pločica Plimpton 322 pokazuje i mnogo više. Zapisane Pitagorine trojke predstavljaju redom pravokutne trokute (čije duljine stranica su prirodni brojevi) s manjim šiljastim kutom između 45° i 30° , poredanim na način da kutovi opadaju od prvog retka prema zadnjem. Primjerice, pravokutni trokut iz prvog retka ima manji šiljasti kut jednak otprilike 44.76° , iz trećeg retka 43.78° , a iz desetog retka 37.43° .

Također je zanimljivo primijetiti kako su svi decimalni zapisi u prvom stupcu konačni. Prisjetimo se kako u dekadskom brojevnom sustavu koji mi ko-

ristimo, razlomak ima konačan decimalni zapis ako se u nazivniku pojavljuju isključivo potencije brojeva 2 i 5, prostih faktora baze sustava. Isto tako, zapisi na pločici su odabirani na način da duljina stranice a sadrži samo potencije brojeva 2, 3 i 5 (prostih faktora broja 60, baze seksagezimalnog sustava) kako bi decimalni zapisi bili konačni. Iz mnogih arheoloških nalaza vidljivo je kako Babilonci općenito nisu bili skloni koristiti iracionalne brojeve.

Prema nekim autorima (npr. [3]), Plimpton 322 predstavlja oblik trigonometrijske pločice koja opisuje geometriju pravokutnog trokuta te je uređena na način da se kutovi iz retka u redak smanjuju za otprilike 1° .

Prema drugim autorima, poput [5], tablica zapisana na pločici nastala je generiranjem određenih Pitagorinih trojki na način da su odabirani prirodni brojevi p i q , gdje je $p > q$ te oni nisu iste parnosti, a za takve p i q su $p^2 - q^2$, $2pq$ i $p^2 + q^2$ stranice pravokutna trokuta. Zaista, identitet $(p^2 - q^2)^2 + (2pq)^2 = (p^2 + q^2)^2$ se lako može provjeriti direktno, a i sve se Pitagorine trojke mogu dobiti na vrlo sličan način, uzimajući dodatno da p i q nemaju zajedničkog djelitelja većeg od 1 i množeći svaki od izraza $p^2 - q^2$, $2pq$, $p^2 + q^2$ prirodnim brojem, što je detaljno pojašnjeno u [1].

No, obje ove teorije imaju određenih manjkavosti, jer se iz drugih povijesnih nalaza koji datiraju iz istog razdoblja (a radi se o stotinama matematičkih i nematematičkih tablica) ne nazire niti da su Babilonci poznavali navedeni način generiranja Pitagorinih trojki niti da su se na području Mezopotamije kutovi mjerili i njihove mjere zapisivale.

Prema novijoj teoriji [6] zapisi na pločici objedinjuju i dva omiljena problema babilonske matematike – problem Pitagorinih trojki i problem recipročnih vrijednosti. Za Babilonce se problem recipročnih vrijednosti sastojao u tome da se za dani x odredi vrijednost y tako da je ili $x \cdot y = 1$ ili je $x \cdot y$ potencija od 60, baze njihova brojevnog sustava. Danas bi varijanta ovog problema bila tražiti par x, y , uz neke uvjete na njima (poput poznavanja njihove sume ili razlike), tako da je $x \cdot y$ jednako 1, 10, 100 ili npr. 1000. U vrijeme nastanka ove pločice dijeljenje nije

bilo korišteno kao algebarska operacija na današnji način, ali u različitim povijesnim zapisima se opisuje potraga za recipročnim vrijednostima prirodnih brojeva. Već je i tada, nekoliko tisućljeća unazad, opažena uska veza između navedenih dvaju problema. Naime, ako x i y čine recipročni par (tj. ako je $x \cdot y = 1$), tada vrijedi identitet

$$1^2 + \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2,$$

odakle množenjem parnim brojem, kako bi se nazivnici pokratili, dobivamo Pitagorinu trojku. Naravno, Babilonci nisu imali modernu notaciju kakvu mi danas koristimo, ali se na brojnim nalazima iz tog doba mogu pronaći zapisi koji sadrže probleme slične navedenom. Veza između ovih problema i sadržaja pločice je također uočena i u [2].

U čemu se dakle sastoji polazni problem koji je proizveo zapise na pločici? Zamislimo kako želimo pronaći recipročni par koji se razlikuje za odabrani broj n , koji je obično prirodan. Dakle, tražimo x i y takve da je $x \cdot y = 1$ te je $x - y = n$. Babilonci bi obično x i y zamišljali kao duljine stranica pravokutnika površine jednake 1. Podijelimo najprije $x - y$ s 2, dobiveni izraz kvadrirajmo te dobivenom kvadratu dodajmo 1. Sada odredimo izraz čiji je kvadrat jednak dobivenom broju (ili, u babilonskoj interpretaciji, odredimo stranicu kvadrata čija je površina jednaka dobivenom broju). Ustvari je taj izraz jednak $\frac{x+y}{2}$ te dodavanjem i odužimanjem ranije izračunanog izraza $\frac{x-y}{2}$ dobivamo tražene x i y .

Tome u prilog ide i dio polaznog retka pločice nad prvim stupcem, koji u slobodnom prijevodu (ili barem posljednjem prijedlogu tog prijevoda) glasi: Pomoćni kvadrat hipotenuze, nakon odbacivanja jedinice, daje kraću stranicu. Odbacivanje jedinice u ovom navodu pokazuje kako se u prvom stupcu ipak nalaze kvocijenti $\left(\frac{c}{a}\right)^2$ koji započinju znamenkom 1.

O autoru pločice

Pozabavit ćemo se podrijetlom pločice Plimpton 322, oko kojeg se svi povjesničari slažu. Iako su se oko sadržaja i pozadinskog znanja potrebnog da bi se ova pločica sastavila vodile brojne polemike, povijesne činjenice se prilično dobro poklapaju kada se radi o interesu samog autora da napravi ovu pločicu. Najprije, gotovo je sigurno da je autor bio muškarac, jer su u to vrijeme jedine žene koje su u području Mezopotamije znale pisati živjele mnogo sjevernije. Prema zapisima kojima raspolazemo iz tog doba, možemo također zaključiti kako se autor nije niti profesionalno niti amaterski bavio matematikom, s obzirom na to da o tome nema potkrepljujućih dokaza u svih 3000 godina povijesti Mezopotamije. Prema tome, autor bi morala biti osoba koja se koristila matematikom u svom svakodnevnom životu i poslu. Metode za određivanje recipročnih parova i stranica pravokutnih trokuta, kakvima se mogu dobiti rezultati prisutni na pločici, tada su se učile u pisarskim školama, te bi autor mogao biti učenik ili učitelj.

Nadalje, zapisi na pločici su u formatu dokumenata kakvi su u to vrijeme bili korišteni u administraciji tamošnjih hramova i dvorova, što nije moglo biti poznato učeniku, već nekom birokratskom pisaru.

Iz drugih zapisa koji datiraju iz istog razdoblja može se otkriti kako je serija učitelja iz doba antičke Mezopotamije radila i posao vezan uz administraciju u hramovima, pa ako je autor ove pločice bio učitelj, vjerojatno je bio i birokrat.

No, naravno da Plimpton 322 ne predstavlja zapis iz pisarnice nekog hrama ili palače, to je jasno iz njegova sadržaja. Sada se kao jedini logičan zaključak nameće kako je ova pločica napisana od strane učitelja te predstavlja radni listić antičkoga doba, učiteljev popis problema koji će biti dani učenicima za vježbu ili ispit znanja. Prema svim izvorima, zapis na pločici Plimpton 322 predstavlja nekoliko primjera istog problema iz matematike koja se učila u školama tog doba, s pažljivo odabranim skupom podataka kako bi sva krajnja rješenja

bila cjelobrojna, a svi decimalni brojevi koji se pojavljuju imali konačan zapis. Podatci na pločici mogu se smatrati grupiranim na način koji učitelju omogućava da učenicima postavi zadatke iz istog područja za vježbu te da provjeri njihova konačna rješenja i međukorake, a da sam ne prolazi čitav računski postupak.

Možda iz tog razloga ova pločica ne sadrži najpoznatiju i najelementarniju Pitagorinu trojku (3, 4, 5) (zaista, $3^2 + 4^2 = 5^2$), jer je ona kao polazni primjer bila predstavljena od strane učitelja koji je ne smatra potrebnom ponavljati u zadacima za vježbu.

Praktički je identičan pristup i danas prisutan u nastavi matematike, a autor pločice Plimpton 322 možda i nije bio izdvojeni matematičar ispred svoga vremena, ali je vjerojatno bio prilično dobar učitelj. Njegova je pripremljenost za nastavu poživjela idućih nekoliko tisućljeća te nam ostavila i vrijedan nalaz, jedan od prvih pisanih (tj. klesanih) tragova o nastavi matematike.

LITERATURA

- 1/ A. Dujella: *Uvod u teoriju brojeva*, skripta, Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odjel, Zagreb, 2008.
- 2/ J. Friberg: *Methods and traditions of Babylonian mathematics: Plimpton 322, Pythagorean Triples, and the Babylonian Triangle Parameter Equations*, *Historia Mathematica*, 8, 277–318, 1981.
- 3/ D. E. Joyce: *Plimpton 322 Tablet*, Clark University, 1995.
- 4/ M. Libl: *Antička računala*, Diplomski rad, Odjel za matematiku, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, 2013.
- 5/ O. Neugebauer: *The Exact Sciences in Antiquity*, Brown University Press, Dover, New York, 1969.
- 6/ E. Robson: *Words and pictures: New light on Plimpton 322*, *American Mathematical Monthly*, 109, 2, 105–120, 2002.

Večer matematike

5. prosinca 2013.

Osvrt učiteljice Martine Tolušić:

Sve je prošlo u najboljem redu i djeca i roditelji su se lijepo zabavili i svi smo se složili da bismo to ponovili i iduće godine.



OŠ Augusta Cesarca, Špišić Bukovica, PŠ Bušetina

Osvrt učiteljice Gordane Fable:

Atmosfera je bila radna, ugodna i vesela i uspjeli smo približiti roditeljima i djeci zabavnu stranu matematike. Učenici su dolazili s roditeljima, članovima rodbine, uključili smo stariju braću i sestre koji su imali ulogu voditelja. Pridružila nam se i ravnateljica koja je također bila oduševljena vašom idejom i našom provedbom Večeri.

Osjetila se povezanost "vrhova trokuta" roditelj-učenik-učiteljica i to je bilo najdraže iskustvo ne samo meni već i njima. Svi su bili motivirani i koncentrirani, čak i ona djeca koja imaju na redovnoj nastavi poteškoća u pažnji i koncentraciji.



OŠ Vladimira Nazora, Potpićan, PŠ Tupljak

Osvrt učiteljice Marijane Filipović:

...želim se samo zahvaliti za materijale i ideju o organizaciji Večeri matematike. Večer je prošla u izvrsnom raspoloženju, učionice su bile pune roditelja i djece.

Iako sam prijavila sudjelovanje samo učenika od 4. do 8. razreda, postavila sam centre za prvi, drugi i treći razred zbog braće i sestara koji su u našoj školi. Danas su djeca (iako je blagdan Svetog Nikole) pričala stalno o matematici i zanimljivim igricama.

Jedna mama je oduševljeno komentirala i to želim podijeliti s vama: "Igrice su jako zanimljive, a najvažnije je da su primjenjive i kod kuće, a ne zahtijevaju ulaganja (dvije kockice i papir)."



OŠ Bartola Kašića, Vinkovci



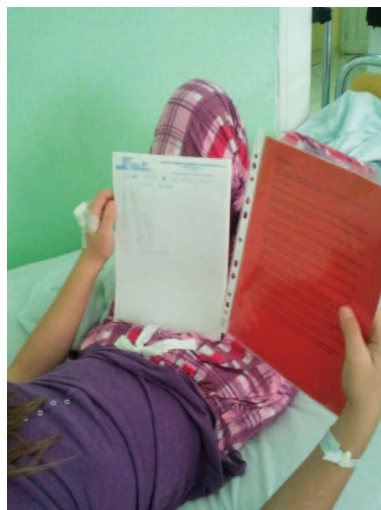
Ekonomska i trgovačka škola Dubrovnik



Srednja škola Zlatar, Zlatar



XV. gimnazija, Zagreb



Škola u bolnici OŠ Izidora Kršnjavoga, Zagreb, Klaićeva



SOS Dječje selo Ladimirevci



Studentice Učiteljskog fakulteta
na neobičnom satu matematike u II. OŠ Čakovec



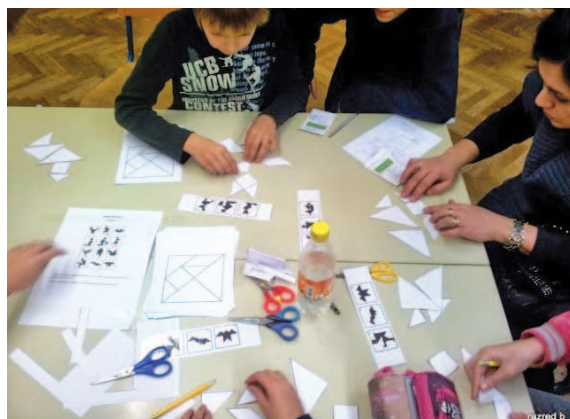
OŠ Viktora Kovačića, Hum na Sutli, PŠ Lupinjak,
prva prijavljena škola



OŠ Beletinec, Beletinec



OŠ Bukovac, Zagreb



OŠ Augusta Šenoae, Zagreb



OŠ Domašinec, Domašinec, PŠ Dekanovec



OŠ don Lovre Katića, Solin, PŠ Rupotina



OŠ dr. Branimira Markovića, Ravna Gora



OŠ Fažana, Fažana



OŠ Klinča Sela, Klinča Sela



OŠ Samobor: roditeljski sastanak pretvoren
u Večer matematike



OŠ Špansko Oranice, Zagreb,
škola s najvećim brojem sudionika, 514



OŠ Gustava Krkleca, Zagreb