

Sunčani sat – sat matematike u dvorištu

Marina Njerš, Koprivnica



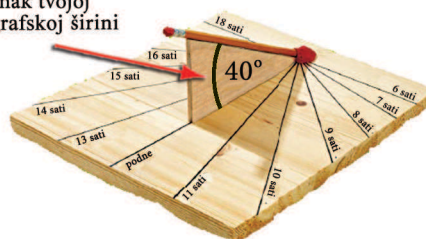
U nastavi matematike trećeg razreda prirodoslovno-matematičke gimnazije obrađuje se sferna trigonometrija. Učenici 3.d razreda Gimnazije "Fran Galović" Koprivnica i njihov profesor proveli su sat nastave matematike u školskom dvorištu. Naime, nakon što su uz pomoć profesora izradili sunčani sat, učenici su provjerili njegovu točnost. Njihov sat pokazivao je 11 sati, a u to vrijeme otkucalo je podne. Znete li zašto? (Pomoć: pokus u dvorištu napravljen je za vrijeme ljetnog računanja vremena.)

Kako izraditi sunčani sat?

Evo kako izraditi horizontalni sunčani sat. Na papiru ili drvenoj daski nacrtate se ispruženi kut podijeljen linijama na svakih 15° . To će biti podloga sunčanog sata. Linije označavaju mjesta gdje ćemo očitati koliko je sati. Nakon toga izradi se trokut (od papira ili drveni) čiji je jedan kut jednak geografskoj širini mjesta u kojem mjerite vrijeme. Vrh trokuta s tim unutarnjim kutom postavi se u vrh ispruženog kuta na podlozi sunčanog sata. Sunčani sat prikazan je na slici 1.

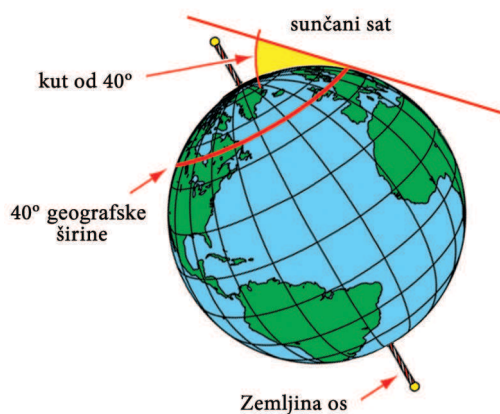
Važno je napomenuti da sat treba okrenuti prema sjeveru ako smo na sjevernoj Zemljinoj polutki, odnosno prema jugu ako mjerimo vrijeme na južnoj

Ovaj kut mora biti
jednak tvojoj
geografskoj širini



Slika 1. Horizontalni sat

Zemljinoj polutki. Tako postavljena kazaljka s horizontalnom ravninom zatvara kut jednak geografskoj širini. Kod nas kazaljka (naziva se gnomon) prijepodne baca sjenu na zapadnu stranu brojanika sata, a poslijepodne na istočnu stranu.



Slika 2. Položaj zraka Sunca

Učenici su osim horizontalnog sata izradili i vertikalni sat. Kod horizontalnog sata ravninu sata postavili su paralelno s linijom meridijana, a kod vertikalnog sata okomito na meridijan.

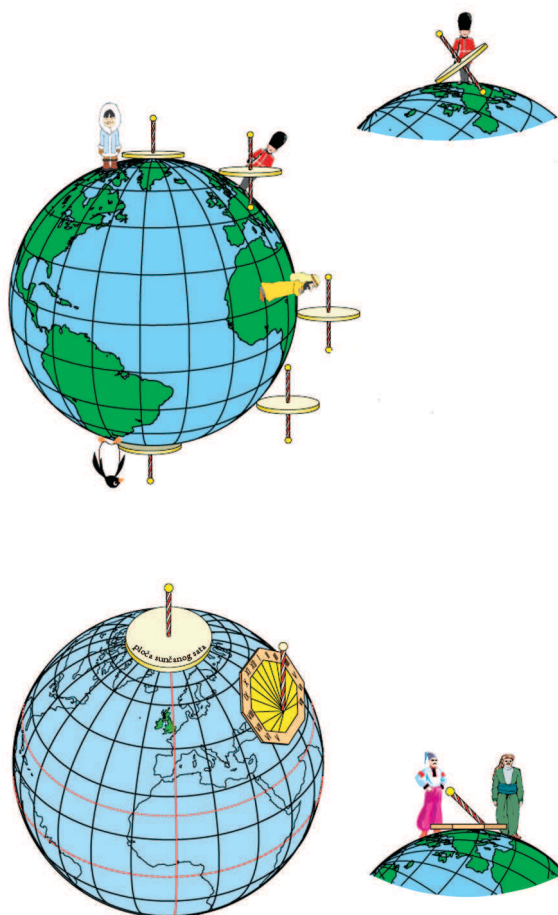
Kako radi horizontalni sunčani sat?

Gledamo li na Zemlju, okomito sa sjevera, tj. s bilo koje točke njene zamišljene osi, lako je zaključiti da tijekom jednog dana, sjena štapa ima pomak 15° u jednom satu. Zbog paralelnosti jednako je i na ekvatoru. No kako Zemljina os na svojoj putanji oko Sunca ima nagib te je ovisno o godišnjem dobu nekad bliže nekad dalje od Sunca, sve to treba uzeti u obzir.

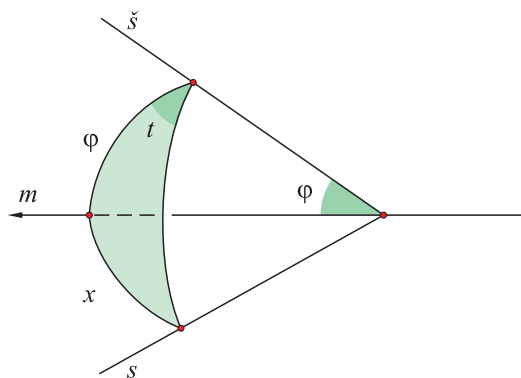
Promatramo meridijan, štap i njegovu sjenu. Oni određuju trobrid s pravokutnim sfernim trokutom jer je ravnina koju određuju štap i meridijan okomita na horizontalnu ravninu određenu sjenom. Kutovi x i φ zatvaraju pravi kut. Stoga po Napierovoj formuli ($\sin \varphi = \text{ctg } t \cdot \text{tg } x$) za pravokutni sferni trokut dobivamo:

$$\text{tg } x = \sin \varphi \cdot \text{tg } t$$

gdje je φ geografska širina mjesta, x kut koji štap zatvara s meridijanom, a t kut pod kojim "pada" Sunce. Kut t se povećava za 15° tijekom jednog sata.



Slika 3. Prikaz različitih položaja sunčanih satova na Zemlji



Slika 4. Sferni trokut

Primjer. Kolika je geografska širina Koprivnice ako u 15 h i 15 minuta kut što ga sjena štapa zatvara s meridijanom iznosi $39^{\circ}26'$?

Rješenje: Vrijeme 15 h i 15 min (3.25 h poslijepodne) odgovara kutu $t = 3.25 \cdot 15^{\circ} = 48.75^{\circ}$.

$$\begin{aligned} x &= 40^{\circ} \\ \sin \varphi &= \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} t} = \frac{\operatorname{tg} 39^{\circ}26'}{\operatorname{tg} 48.75^{\circ}} \approx 0.72121 \\ \varphi &= 46^{\circ}9'. \end{aligned}$$

Valja napomenuti da je vrlo slično i kod vertikalnog sunčanog sata. Sat je okrenut prema jugu i postavljen u smjeru meridijana te nagnut pod kutom

φ . Kod tog sata vertikalna ravnina okomita je na meridijan pa je i kut jednak $90^{\circ} - \varphi$. Dobiva se:

$$\operatorname{tg} x = \sin(90^{\circ} - \varphi) \cdot \operatorname{tg} t = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} t.$$

LITERATURA

- 1/ B. Dakić, N. Elezović: *Matematika 3 – Trigonometrija, udžbenik i zbirka zadataka za 3. razred prirodoslovno-matematičke gimnazije*, Element, Zagreb, 1999.
- 2/ Johny Ball: *Why Pi?*, DK Publishing, New York, 2009.
- 3/ <http://www.sundialsoc.org.uk>

KRIŽALJKA

Vodoravno:

1. Potpuni kvadrat prirodnog broja; 4. Palindromni broj; 8. x iz jednakosti $265^{\circ}\text{C} = x^{\circ}\text{F}$; 9. S 3 okomito sve permutacije znamenaka od 0 do 9; 11. Drugi najmanji prost broj oblika $n^2 + 2^n + 1$; 13. Gros; 14. 19 okomito minus 18 okomito plus 26 okomito; 17. Broj dvoznamenkastih prostih brojeva; 18. Umnožak svih znamenaka ovog broja iznosi 78 125; 20. Zbroj djelitelja ovog broja je 91; 21. $33^2 + 3^2$; 22. Ovaj je broj zbroj faktorijela svojih znamenaka; 24. Prirodna potencija od 6; 27. Zbroj četvrtih potencija pet uzastopnih triangularnih brojeva; 30. Mersenov broj; 31. Prirodna potencija broja 2; 32. Vražji broj.

Okomito:

1. Višekratnik broja 11; 2. Umnožak djelitelja toga broja jednak je 202^2 ; 3. Vidi 9 vodoravno; 4. Fermatov prost broj; 5. Umnožak prvih triju prostih brojeva; 6. Potpuni kvadrat jednog prirodnog broja; 7. Broj čiji je zapis u binarnom sustavu 11010001110001; 10. Još jedan potpuni kvadrat; 12. Prva "primgodina" iza 1950. 15. Toliko je stupnjeva $\frac{25}{6}\pi$ radijana; 16. Sedamnaesti Fibonaccijev broj; 18. $210^2 + 111^2$; 19. Najmanji zajednički višekratnik od 36 i 1631; 20. Broj potpunih kvadrata prirodnih brojeva manjih od 105; 23. Broj prirodnih brojeva manjih od 625 koji nisu djeljivi s 5; 25. Zbroj znamenaka ovog broja je 15, a umnožak 84; 26. Palindromni potpuni kvadrat; 28. Paran prost broj; 29. 20 vodoravno minus 28 okomito.

1	2	3		4	5	6	7	
8				9				10
11			12			13		
		14		15	16		17	
	18					19		
20			21					
22		23			24		25	26
27			28	29		30		
	31					32		