Getaldićeva konstrukcija parabole

U Getaldićevom djelu *Nonnullae propositiones de parabola* (Rim 1603.) nalazi se zadatak: *Parabolam as constructionem speculi as propositum intervalum comburentis in plano describere* (Probl. II; propos. 7), dakle: nacrtati u ravnini parabolu za konstrukciju zrcala, koje upaljuje u zadanom intervalu. Ovdje ćemo iznijeti tu konstrukciju. Ako bismo u relaciji

$$AQ \cdot AF = KF^2,$$

koju je dobio Getaldić, stavili

$$AQ = 2p; \quad AF = x; \quad KF = y,$$

ona bi prešla u

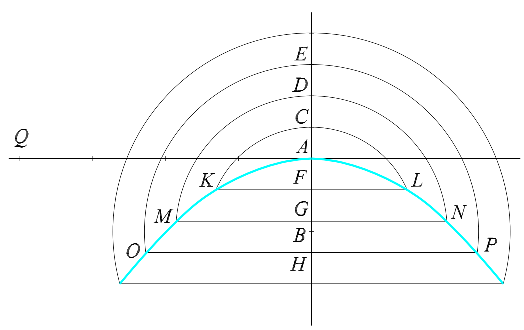
$$y^2 = 2px,$$

a to je poznata jednadžba parabole. Upravo je čudo da Getaldić nije opazio tu općenitu relaciju za sve parabole, pisanu u analitičkom obliku, kada je ionako njegovo glavno nastojanje bilo da geometrijske postupke proširi na sve parabole.

Ovdje treba naročito podvući da je sljedeća Getaldićeva konstrukcija parabole izvedena bez direktrise, a sam dokaz je bez sumnje originalan.

Juraj Majcen, Zagreb

Zadani interval neka bude AB, koji će se produžiti preko A, a prema potrebi i preko B. Nad A uzet će se koliko god točaka C, D, E (sl. 1.); što ih je više i što su bliže jedna drugoj, to će točnija biti parabola. Isto će se toliko točaka F, G, H uzeti ispod A, tako da je $AF = AC$, $AG = AD$, $AH = AE$; kroz F, G, H povući će se na AB normale KL, MN, OP, a iz centra B s polumjerima BC, BD, BE opisati kružnice, koje će te normale sjeći u točkama K, L, M, N, O, P; kroz te će se točke povući linija koja se proteže jednolično, a ne čini nigdje grbavosti ni kutova; ta savijena linija $OMKALNP$ je parabola, koja će, ako opisuje površinu konkavnog zrcala, sve sunčane zrake, koje dolaze na zrcalo tako da su ekvidistantne od osi, odraziti kroz B.



Prenese li se dakle AQ, tj. četverostruka dužina od AB, pa se povuče KB, bit će zbog

$$BC = BK \quad \text{ujedno} \quad BC^2 = BK^2,$$

pa kako je

$$KB^2 = KF^2 + FB^2, \tag{1}$$

a ujedno (Eucl. Elem. II, 8):

$$4 \cdot AF \cdot AB + BF^2 = (AB + AF)^2 = BC^2,$$

imat ćemo iz (1)

$$4 \cdot AF \cdot AB = KF^2.$$

Kako je pak

$$AQ = 4 \cdot AB,$$

bit će

$$AQ \cdot AF = 4 \cdot AB \cdot AF,$$

a zato

$$AQ \cdot AF = KF^2.$$

Točkom K će dakle prolaziti parabola kojoj je vrh A, os AB, a AQ *latus rectum*. Istim ćemo postupkom pokazati da ta parabola prolazi i ostalim točkama O, M, L, N, P.

Ako dakle spomenuta parabola opisuje površinu konkavnog zrcala oko čvrste osi AB, odrazit će se sve sunčane zrake, koje upadaju u zrcalo, a svaka je ekvidistantna s osi, kroz točku B, kako se to dokazalo u prijašnjem teoremu, jer je

$$4 \cdot AB = AQ$$

za parabolu koja opisuje zrcalo.

U ravnini je dakle opisana parabola za konstrukciju zrcala, koje upaljuje u zadanom intervalu AB, što se imalo pokazati.

(Iz djela *Spis Marina Getaldića Dubrovčanina o paraboli i paraboličnim zrcalima*. Rad J. A. Z., 223, 1920.)

Juraj Majcen *rođen je 1875. u Zagrebu, umro 1924. u Zagrebu. Radio je kao profesor matematike na gimnaziji u Osijeku te potom na Kraljevskoj realnoj gimnaziji u Zagrebu. Bio je redovni profesor zagrebačkog Mudroslovnog fakulteta. Područje njegova znanstvenog rada bila je geometrija (sintetička, analitička, projektivna, deskriptivna, također i višedimenzionalne neeuklidske geometrije).*

Juraj Majcen se predano bavio i problemima nastave matematike, posebice geometrije u školi. Aktivno je sudjelovao u izradbi nastavnih planova i programa za srednje škole te u pisanju udžbenika iz geometrije za gimnazije.

* * *

Napomena. *Kao što se i iz gornjeg prikaza vidi, hrvatski matematičar Marin Getaldić (1568. – 1626.) je pri rješavanju neodređenih zadataka bio blizu otkrića analitičke geometrije, ali nije uspio načiniti odsudan korak. Zato on ostaje veliki preteča otkrivača (R. Descartes i P. Fermat).*

* * *