

Lewis Carroll u Zemlji brojeva

Sandra Gračan, Zagreb

- Pravo ime: Charles Lutwidge Dodgson.
- Alias: Lewis Carroll.
- Svjetsku slavu stekao je dječjim romanima *Alica u Zemlji čudesa* i *Što je Alica otkrila iza zrcala* i još nekim u nas manje poznatim djelima.
- Da nije bilo *Alice*, najvjerojatnije bi bio poznat kao jedan od prvih umjetničkih fotografa.
- Zapravo je bio matematičar, profesor na fakultetu *Christ Church* – tada najvećem fakultetu Sveučilišta u Oxfordu.

Što je kao matematičar postigao? Je li bio dobar matematičar, koliko je bio utjecajan i koliko se matematike može pronaći u njegovim romanima za djecu? Pročitajte u ovom članku!



Djetinjstvo



Bijela kraljica: Koliko imaš godina?

Alica: Imam točno sedam i pol.

Bijela kraljica: Ne trebaš reći "točno", vjerovala bih ti i bez toga. Sad ću ja tebi dati priliku da mi vjeruješ. Ja imam točno stotinu i jednu godinu, pet mjeseci i jedan dan.

Alica: Eto ne vjerujem!

Bijela kraljica: Zbilja? Pokušaj još jednom: duboko udahni i sklopi oči.

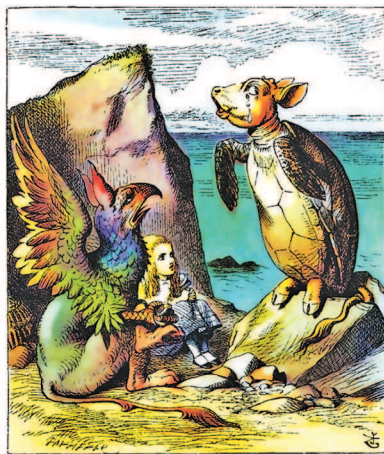
Alica: Badava se truditi. Nemoguće se stvari *ne mogu* vjerovati! Bijela kraljica: Sve mi se čini da u tome nemaš baš puno vježbe. Kad sam ja bila u tvojim godinama uvijek sam to vježbala bar pola sata na dan. O joj, katkad bih povjerovala čak šest nemogućih stvari, sve prije doručka.

Charles Lutwidge Dodgson rođen je 27. siječnja 1832. u svećeničkoj obitelji kao treće od jedanaestero djece. Djetinjstvo je proveo u malom selu Daresbury, u engleskoj pokrajini Cheshire. Njegov otac, velečasni Charles Dodgson bio je pobožan, duboko religiozan čovjek i svoju djecu odgajao je po strogim kršćanskim pravilima. Djeca su učila kod kuće, provodeći vrijeme u čitanju knjiga, učenju Biblije te svakodnevnom odlaženju na jutarnje i večernje mise. Tako je mladi Charles naslijedio očeva vjerska uvjerenja i duhovnost koja će ga voditi kroz cijeli život. Otac ga je poučavao englesku književnost, matematiku, latinski i teologiju.

Godine 1843. obitelj se seli u župni dvor Croft u Yorkshireu gdje Charles provodi idilično djetinjstvo uz svoju braću i sestre, a kao najstariji sin (uz dvije starije i pet mladih sestara te tri mlađa brata) na sebe preuzima ulogu pravog dječjeg vođe, stalno oduševljavajući i zabavljajući čitavu obitelj. Vri-

jeme je provodio u dugim šetnjama prirodom, u smišljanju raznih igara, pisanju i slikanju. Obitelj je zabavljao malim kazalištem lutaka – marioneta koje je sam izradio. Jedne je zime u snijegu načinio pravi labirint koji gotovo da je zasjenio onaj slavni u Hampton Courtu. Sa svega 11 godina pokrenuo je mali obiteljski časopis koji je sadržavao pjesmice, priče i zagonetke koje je pisao i sam Charles i ostali članovi obitelji.

Školovanje



Lažna Kornjača: U moru smo pohađali školu, premda ti to nećeš vjerovati... Prošli smo zaista kroz jako dobru ali tešku školu!

Alica: Ko da je moja laka!

Lažna Kornjača: Nije lako proći kroz školu u zraku, zamisli tek kako je teško proći kroz nju u vodi... A mi smo prolazili kroz nju svaki dan!

Alica: I ja idem svaki dan u školu, ne trebale se time praviti toliko važni!

Lažna Kornjača: S neobaveznim predmetima?

Alica: Da, imamo francuski i pjevanje.

Lažna Kornjača: A pranje rublja?

Alica: Jasno da ne!

Lažna Kornjača: Onda znači da ne ideš u osobito dobru školu. U našoj školi stajalo je na kraju rasporeda: francuski, pjevanje i pranje rublja!

Alica: To vam baš nije bilo jako potrebno kad ste živjeli na dnu mora!

Lažna Kornjača: Bila bih učila i to, ali nisam imala novaca. Ovakom sam pohađala samo obvezatne predmete.

Alica: Koji su to?

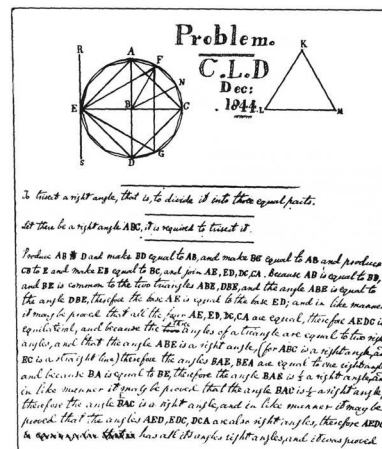
Lažna Kornjača: Plivanje i disanje, razumije se kao prvo, a onda kasnije razno granje matematike: krajanje, opijanje, močenje i bijeljenje... Onda smo imali još i histeriju staroga i novoga vijeka, s morepisom, a zatim, jedna nam je stara jegulja dolazila jednom tjedno da nam predaje Poznavanje prigode, Riječni rad i Jelovježbu.

Alica: Kako li to izgleda?

Zbog relativno skromnih prihoda i brojne obitelji, velečasni Dodgson morao je svoju djecu školovati kod kuće. No selidbom u Croft prihod se povećao i mladi Charles dobiva priliku pohađati privatnu školu. Sa 12 godina, 1844. godine, Charles kreće u Richmond Grammar School, privatnu školu koja ga je trebala pripremiti za svećenički poziv.

Charles je bio izvrstan učenik. Od početka pokazuje velik interes za matematiku i brzo napreduje u matematičkim vještinama. Treba napomenuti da su klasični matematički udžbenici po kojima je Charles učio bili prilično zastarjeli i sadržajno su sličili onima iz 18. stoljeća, uz minimalne izmjene. Takva su izdanja sadržavala brojne potpuno neprihvatljive aritmetičke probleme i zadatke čija bi složenost užasnula mnoge današnje učenike. To su primjere bile metode za vađenje trećeg korijena, proračuni za kupovinu dionica, tablice mjera od kojih mnoge danas više nisu u uporabi – teme iznimno "važne" za jednog dvanaestogodišnjaka!

U veljači 1846. godine Charles je poslan u *Rugby School*, školu u kojoj je briljirao u matematici i klasičnoj književnosti, ali i u kojoj biva zlostavljan od starijih učenika i muči se u nepodnošljivo hladnim spavaonicama jer bi stariji i jači dječaci ukrali sve pokrivače mladima. Kao posljedicu tog maltretiranja razvio se teški kašalj, a zatim je dobio i zaušnjake zbog kojih mu se jako pogoršao već ionako slab sluh na desno uho.



Carolus Ludrigum Dodgsonum latinsko je ime kojim se mladi Dodgson potpisivao na svoje udžbenike i bilježnice.

Alica: Bože moj, bože! Kako je danas sve čudno! A još jučer stvari su tekle kao obično! Da se možda nisam noću ja promijenila? Jesam li bila ista jutros kad sam se ustala? Ako nisam ista, tko sam zaboga onda? Moram se ispitati da vidim znam li sve što sam nekoć znala. Da vidimo: četiri puta pet jest dvanaest, a četiri puta šest jest trinaest, a četiri puta sedam je – joj meni! Ako budem dalje ovako, nikada neću doći do dvadeset! Ali ništa, tablica množenja ne važi; pokušajmo zemljopis. London je prijestolnica Pariza, a Pariz je prijestolnica Rima, a Rim – ne, ne, sve je to krivo!

Mrzio je dane provedene u *Rugbyju*. Svaki tjedan slušao bi 16 dugačkih sati predavanja iz grčke i rimske književnosti, povijesti i teologije, a samo dva sata francuskog jezika i dva sata matematike. Usprkos svim problemima bio je odličan učenik, osvajao je odličja iz povijesti, ali i matematike. A te brojne nagrade bile su uglavnom knjige koje je polako skupljao i čuvao te malo pomalo sastavljao vlastitu vrijednu knjižnicu.

Charlesovi učitelji bili su puni hvale za njega, pa neposredno prije kraja Charlesova školovanja u *Rugbyju* ravnatelj škole, dr. Archibald Tate, poslije kanterberijski nadbiskup, piše pismo pohvale Charlesovu ponosnom ocu.

Godine 1849. Dodgson se vraća u Croft na nekoliko mjeseci kako bi se odmorio i pripremio za sljedeću fazu svojeg školovanja. U tom razdoblju i dalje uređuje časopis za braću i sestre. U njemu, primjerice, postavlja problem o mjerenju vremena i rotaciji Zemlje, poslije nazvan *Kad počinje dan?* ili *Problem hemisfere*. Taj je problem konačno riješen 1884. godine uspostavom međunarodnih vremenskih zona.

Polu svijeta, ili barem približno pola, uvijek je obasjano Suncem. Kako se Zemlja okreće, dnevna hemisfera se također pomalo pomiče i tako se osvjetljava dio po dio Zemljine površine.

Pretpostavimo da je utorak i jutro u Londonu. Za sat vremena bit će utorak ujutro u zapadnoj Engleskoj. Da je cijela Zemlja kopno, mogli bismo hodati i pratiti utorak ujutro oko cijeloga svijeta. Za 24 sata stigli bismo ponovo u London. Ali znamo da je u Londonu nakon 24 sata srijeda ujutro. Kada je u našoj ophodnji oko Zemlje dan promijenio ime u srijedu? Mora postojati neka čvrsta linija razgraničenja tako da stanovnik jedne kuće kaže ujutro: "Haj ho, danas je utorak!" a njegov susjed malo zapadnije kaže: "Dobro jutro, srijeda je!" A u kakvoj će zbrci biti oni koji stanuju na samoj crti, ne usuđujem se reći!

Rotacija Zemlje je tema o kojoj i Alica raspravlja s vojvotkinjom u *Alici u Zemlji čudesa*.



Vojvotkinja: Kad bi svatko gledao svoja posla, svijet bi se mnogo brže okretao nego što se okreće.

Alica: To baš i ne bi bila neka prednost. Zamislite samo kakvu bi to zbrku učinilo od dana i noći! Jer vidite, Zemlja treba 24 sata da se okrene oko svoje osi... kao glava na vratu.

Vojvotkinja: Kad već govorimo o glavi na vratu, odsjecite joj glavu!

Alica: 24 sata, bar *mislim*... Ili 12? Ja...

Vojvotkinja: Ah, nemoj me gnjaviti! Nikad nisam trpjela brojke!

Studij

Nakon svog zavidnog uspjeha u školovanju u *Rugbyju*, Charles je bio spreman za studij u Oxfordu. U to je vrijeme Oxford bio mali provincijski gradić sa zemljanim ulicama i konjskim kočijama, a Sveučilište se sastojalo od nekoliko fakulteta. Charles je upisao *Christ Church*, fakultet koji je njegov otac uspješno završio tridesetak godina ranije, i ne slutivši da će mu ovaj fakultet biti dom do kraja života.

Godine 1851. Charles unajmljuje mali stan u blizini fakulteta, ali samo dva dana nakon njegova preseljenja u Oxford iznenada mu umire majka Fanny i on se vraća kući. Iznenadan gubitak pogodio je cijelu obitelj, posebno mladog Charlesa. Nakon majčine smrti na župni dvor u Croft doselila se majčina sestra Lucy Lutwidge koja preuzima brigu o djeci i ostaje u Croftu do kraja života, a Charles se vraća studentskom životu u Oxford. Dan mu je započinjao ustajanjem u 6.15, slijedio je doručak u sobama, misa u fakultetskoj kapelici u 8, pohađanje predavanja do laganog ručka, zatim relaksirajuće duge šetnje i vožnja čamcem po rijeci s prijateljima. Dok je predavanja slušao u strogoj studentskoj halji nosivši svoju pločicu za pisanje, u šetnje je išao u sivom kaputu, sa sivim rukavicama

i svilenim cilindrom na glavi. Čamac je veslao u bijelim flannelskim hlačama i slamnatim šeširom na glavi, a volio je pogledati i pokoju partiju kriketa. Nakon večere u 17 sati, Charles je provodio večeri u svojoj sobi, čitajući ili pišući pisma, bez želje za raskalašenim noćnim životom kakav su provodili mnogi njegovi kolege.

18. prosinca 1854. Charles Dodgson diplomirao je i time stekao bakalaureat iz društvenih i humanističkih znanosti.



Crna Kraljica: Koliko se meni čini ti još nisi imala mnogo satova iz uljudnosti?

Alica: Uljudnost se ne uči na satovima. Na satovima se uče računi i takve stvari.

Bijela Kraljica: Jesi li naučila Zbrajanje? Koliko je jedan i jedan i jedan i jedan i jedan i jedan i jedan i jedan i jedan?

Alica: Ne znam. Pobrkala sam se u brojanju.

Crna kraljica: Zbrajanje ne zna. Znaš li Odbijanje? Od osam odbij devet.

Alica: Pa znate da ne mogu devet od osam, ali...

Bijela kraljica: Ne zna Odbijanje. Kako stojiš s Dijeljenjem? Podijeli kruh nožem... hajde, na to ti meni odgovori! Što dobivaš?

Alica: Zapravo...

Crna kraljica: Kriške, jasno. Još su bolje s maslacem. Da pokušamo još jednom s Odbijanjem. Oduzmi kost od psa: koliko nam ostaje?

Alica: Kost ne ostaje, jasno, ako je oduzmem... a ni pas ne ostaje: pojurio bi za mnom da me ugrize... pa onda sigurno neću ni ja ostati na mjestu!

Crna kraljica: Ti misliš da ne ostaje ništa?

Alica: Mislim da je to točan odgovor.

Crna kraljica: Krivo, kao obično... ostala bi pseća koža.

Alica: Ne razumijem kako...

Crna kraljica: Pa to je očito! Kad bi mu uzela kost, pas bi bio sav izvan sebe od bijesa, jel' tako? I kad bi pojurio za tobom, ostalo bi ono izvan čega je bio, to jest njegova koža! Zar tebi nikad nije došlo da od bijesa iskočiš iz kože?

Alica pomisli: *Sad mi dolazi da iskočim iz kože: kako užasne besmislice blebećemo!*

Završetak studija i zaposlenje na Oxfordu

Charles se na Oxford vraća početkom 1855. godine nakon božićnih praznika provedenih s obitelji te nastavlja studij na fakultetu *Christ Church*. Sve se više bavi poučavanjem studenata za što biva plaćen i do Uskrsa 1855. godine broj njegovih učenika povećao se na 14, što mu je donosilo pristojnu zaradu od oko 50 funti. Učenike je podijelio u grupe, a teme koje je predavao bile su diferencijalni račun, čunjosječnice, trigonometrija, Euklidova geometrija i algebra.

U lipnju 1855. za novog dekana fakulteta imenovan je vič. Henry Liddell koji dolazi sa svojom obitelji u Oxford. Toga ljeta novi dekan Charlesu dodjeljuje ulogu predavača matematike na fakultetu, koju je Charles priželjkivao. S predavanjima je počeo 1856., a ubrzo je imao i do sedam sati predavanja



Alica: Držim da biste mogli pametnije iskoristiti vrijeme, a ne da vam ono služi za kojekakve zagonetke bez odgovora.

Klobučar: Kad bi ti znala Vrijeme kao ja, ti ne bi rekla da nam ono služi. Ono je *on*.

Alica: Ne razumijem vas otprve...

Klobučar: Razumije se da ne razumiješ! Uvjeran sam da ti nis Vremenom ne bi mogla izaći na kraj.

Alica: Mislite zato što ga nemam dovoljno?

Klobučar: Ne, nego zato što ga ne znaš!

Alica: Možda, ali kod nas gradski toranj točno tuče vrijeme.

Klobučar: A dakle, u tom grmu leži zec... On ne podnosi da ga se tuče. Eto, da ga znadeš i da si s njim u dobrim odnosima, on bi ti sa satom učinio sve što zaželiš. Recimo, na primjer, da je sedam ujutro, baš vrijeme da se krene u školu: mogla bi samo prišapnuti Vremenu što želiš, i za tren oka ode kazaljka pola kruga! Jedan i po, vrijeme za ručak!

Alica: To bi, dakako bilo krasno, ali tada... znate, još ne bih bila dovoljno gladna.

dnevno, što mu je bilo previše jer nije imao dovoljno vremena za pripreme i skoro je sasvim odustao od tog posla.

Titulu magistra stječe 1857., u 25. godini života. Iako je živio u celibatu i stekao zavidnu svećeničku naobrazbu, a 1861. godine imenovan čak kapelanom, nije se nikad zareadio i postao svećenik, navodno zbog svoje plahe naravi i blage mucavosti, ali najviše iz straha da će ga njegove svećeničke obaveze odvući od poučavanja matematike. Unatoč svom početnom nezadovoljstvu, kao predavač matematike na fakultetu *Christ Church* ostaje raditi sljedećih 26 godina.

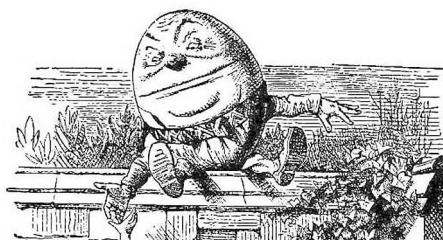
Njegova je uloga u životu Sveučilišta bila važna. Donosio je odluke pri dodjeli stipendija, sudjelovao u brojnim izborima na fakultetu, napredovanjima starijih studenata ili kolega te odlučivao o namjeni sveučilišnih prostorija. Tek negdje 1880-ih, kada je na fakultetu zavladao kriza, Dodgson se, kako bi fakultetu uštedio novac, najprije velikodušno odriče dijela svoje predavačke plaće, predlažući da se njegov godišnji prihod smanji sa 300 na 200 funti godišnje, a onda 1881. godine čak daje otkaz kao predavač, uz obrazloženje da želi imati više vremena za pisanje svojih knjiga i članaka. Sljedećih devet godina provodi na fakultetu uz prihode upravitelja zajedničkim prostorijama, a 1892. godine konačno odlazi u mirovinu.

Mišljenja o kvaliteti Dodgsonovih predavanja bila su podijeljena – neki studenti bili su njime zadovoljni, a nekima baš i nije odgovarao, čak su se i žalili. Osim na fakultetu, Dodgson je predavao matematiku i u srednjoj školi, najprije u Croftu, još tijekom ljeta 1855., u školi koju je osnovao njegov otac, a zatim i u srednjoj školi u Oxfordu. Volio je svoja predavanja obogatiti pričama i zagonatkama i vjerojatno je bio među prvima koji se koristio zabavnom matematikom kao motivacijom i uvodom u puno ozbiljnije matematičke teme.

Dodgson i Euklid

Charles je i na fakultetu poučavao dodiplomce Euklidovu geometriju, i to gradivo iz prvih triju knjiga Euklidovih *Elemenata* – udžbenika po kojem se geometrija učila više od 2000 godina. U 19. stoljeću *Elementi* su samo u Engleskoj doživjeli više

od 200 izdanja, a događalo se da se pojedina izdanja međusobno prilično razlikuju. Oko Uskrsa 1855. godine Dodgson je kupio primjerak za svoju sestru Louisu kako bi je poučavao geometriju i prilično ga je iznerviralo izdanje koje se razlikovalo od njegova i koje je vrvjelo pogreškama i pogrešnim tumačenjima. No, bio je svjestan da je i najbolja verzija *Elemenata* često studentima nejasna, da sadržava netočnosti i nedosljednosti. Zato je sam pisao kratke matematičke tekstove i vježbe te ih dijelio studentima kako bi im pomogao razjasniti te nejasnoće. Napisao je ukupno više od 200 članaka o raznim temama iz *Elemenata*. Prvi takav članak, *Bilješke o prvim dvjema Euklidovim knjigama*, napisan 1860., s vremenom se nadopunjavao



Alica: Kako imate krasan pojas! Ili sam možda trebala reći krasnu kravatu... oprostite molim vas! Kad bih samo znala što mu je vrat a što struk!

Dundo Bumbo: Ovo je kravata dijete, i to vrlo lijepa kravata. To je poklon od Bijelog kralja i kraljice... dali su mi je za nerođendanski dar.

Alica: Što je to nerođendanski dar?

Dundo Bumbo: Dar koji dobivaš kad nemaš rođendan, to je bar jasno.

Alica: Meni su draži rođendanski darovi.

Dundo Bumbo: Nemaš pojma o čemu govoriš! Koliko ima dana u godini?

Alica: 365.

Dundo Bumbo: A koliko imaš rođendana?

Alica: Jedan.

Dundo Bumbo: Ako oduzmeš jedan od 365, koliko ti ostaje?

Alica: 364, jasno.

Dundo Bumbo: Radije bih da to vidim na papiru!

365

Alica:
$$\begin{array}{r} -1 \\ \hline 364 \end{array}$$

Dundo Bumbo: Ovo kao da je u redu...

Alica: Pa držite papir naopačke!

Dundo Bumbo: Gle, molim te, zbija! Ma činilo se meni da je tu nešto čudno. Zato sam i bio rekao, ovo kao da je u redu... i jest... premda nemam sad baš vremena da temeljito provjerim... što nedvojbeno dokazuje da ima 364 dana kad možeš dobiti nerođendanske darove!

i polako je prerastao u pravu knjigu koja je bila tiskana 1882. godine pod nazivom *Euklid, Knjige I i II* i koja je doživjela osam izdanja.

Dodgson je bio veliki zagovornik Euklidove geometrije kojoj je najveća zamjerka krutost i preformalni teorijski pristup. No, 19. je stoljeće bilo doba velikih promjena, a sve brojnija srednja klasa zahtijevala je praktičniji pristup matematici i pojavili su se brojni zagovornici modernijih metoda poučavanja koji su htjeli mijenjati kurikulum. Dodgson im se ogorčeno suprotstavljao i 1879. napisao je iznimno djelo *Euklid i njegovi moderni protivnici (Euclid and His Modern Rivals)* koje je posvetio uspomeni na Euklida.

Djelo je pisao je za širu čitateljsku publiku i zamislio ga kao igrokaz u četiri čina sa četiri lika: Minosom i Radamanthusom, dvama od triju sudaca u Hadu koji se ovdje pojavljuju kao dva gnjavatorska oksfordska ispitivača te Her Niemandom, njemačkim profesorom koji je pročitao sve knjige i koji je spreman braniti sve tvrdnje, istinite i lažne te duhom samog Euklida. Zastor se podiže, ponoć je na fakultetu i Minos radi na ispravljanju hrpe studentskih ispita. Uskoro zaspe, ali ga probudi Euklidov duh i pozove ga da usporedi *Elemente* s *Modernim protivnicima*. Euklidov duh pozove Herr Niemandu koji strasno diskutira o svakoj stavci protivničkog teksta. Minos pažljivo izlaže njihove pogreške, u svakom slučaju dajući prednost Euklidovim konstrukcijama, tumačenjima i teoremima, izvrgavajući *Udrugu za unapređenje poučavanja geometrije* poruži i smijehu.

Knjiga je bila briljantan, majstorski podvig, pokazujući Dodgsonovo istinsko poznavanje i duboko razumijevanje Euklidove geometrije. Ipak, nije ostvarila svoj cilj jer su 1888. Oxford i Cambridge prihvatili i druge geometrijske dokaze i metodiku poučavanja.



Mačka je ovaj put iščezavala sasvim polako; počela je s kraja repa, a svršila s cerekom, koji se zadržao još neko vrijeme u zraku pošto je ostatak Mačke nestao.
– Bome! Često sam vidjela mačku bez cereka, ali cerek bez mačke! Ovo je najčudnija stvar koju sam vidjela u životu!

Determinante

Osim Euklidovom geometrijom, Dodgson se bavio i ostalim područjima matematike. 1861. napisao je članak *Bilješke o prvom dijelu algebre*, nakon kojeg su uslijedili mnogi drugi članci iz algebre, trigonometrije i dr. Napisao je *Formule ravninske trigonometrije* za studente u kojima čak predlaže neke nove simbole za sinus, kosinus, tangens i druge trigonometrijske omjere.

Godine 1868. Charles Dodgson objavio je svoju najvažniju knjigu iz područja algebre zanimljiva naslova: *Elementarna rasprava o determinantama s primjenom na sustave linearnih jednadžbi i analitičku geometriju (An Elementary Treatise on Determinants, with their Application to Simultaneous Linear Equations and Algebraical Geometry)*.

Dvije godine ranije, Dodgson je osmislio nov način računanja determinanti kojim se računanje determinanti višeg reda svodi na računanje niza determinanti dimenzija 2×2 . No, knjigu o svojoj metodi završava tek krajem 1867. Pisanje stručnih članaka i knjige bio je za Dodgsona prilično iscrpljujući posao pa ga je u lipnju 1867. čak i prekinuo, odlučivši po prvi put u životu otputovati u inozemstvo. S bliskim prijateljem, vlč. Henryjem Liddonom, odlazi na kontinent i posjećuje Bruxelles, Köln, Berlin, Königsberg, Petrograd, Moskvu, Novgorod, Varšavu, Bratislavu, Leipzig, Pariz i još neke gradove.

Knjiga je napokon objavljena početkom 1868., ali zbog kompliciranih oznaka i preformalnog pristupa gradivu te dijelom i zbog nedostupnosti ključnim matematičarima, knjiga nije doživjela uspjeh. Ipak, uz nju je vezana jedna istinita zgoda. Naime, nakon što je objavljenja, knjiga o Alicinim pustolovinama došla je u ruke kraljici Viktoriji koja je, oduševljena knjigom, poručila autoru da svoje prvo sljedeće djelo posveti njoj. Nije prošlo puno vremena i Njezino Veličanstvo dobilo je knjigu s posvetom – bio je to Dodgsonov uvod u teoriju determinanata.

Logika

Dodgson je još od ranih studentskih dana, kad je morao polagati ispit iz logike, zavolio taj predmet. Bavio se logikom i proučavao sudove i silogizme.

Evo jedne scene na neobičnoj čajanci:

Klobučar: Zašto je gavran nalik pisaćem stolu?

Alica: Mislim da to mogu pogoditi.

Ožujski zec: Misliš reći da ti misliš da na to pitanje možeš odgovoriti?

Alica: Upravo to.

Zec: Onda moraš i reći što misliš.

Alica: Pa to i činim... barem... barem mislim ono što kažem... to je, uostalom, isto.

Klobučar: Nije to nipošto isto! Gle ti nje. Mogla bi onda isto tako reći da je "Vidim što jedem" isto što i "Jedem što vidim"!

Zec: Mogla bi isto tako reći da je "Volim što imam" isto što i "Imam što volim".

Puh: Mogla bi isto tako reći da je "Dišem kad spavam" isto što i "Spavam kad dišem".

Silogizam je posebna vrsta deduktivnog zaključka koji se sastoji od dviju premisa i jedne konkluzije.

Primjerice iz dviju premisa: "Svi su ljudi smrtnici" i "Svi Grci su ljudi" slijedi jasan zaključak: "Svi Grci su smrtnici." No nisu svi zaključci sasvim očiti, a Dodgson je razvio čitavu teoriju i posebnu metodu za sređivanje silogizama, izводеći zaključke koristeći se kvadratnim dijagramima.

Svoje oduševljenje logikom Dodgson je pokušavao prenijeti svojim učenicima, no često mu to nije uspijevalo jer djeci je sve to bilo dosadno i zamorno, često iznad njihovih intelektualnih sposobnosti. Stoga je odlučio napisati knjigu iz logike i u veljači 1896. iz tiska izlazi prvo izdanje pod naslovom *Simbolička logika, 1. dio: Osnove*. Knjiga je tiskana u 500 primjeraka i odmah je razgrabljena kao pravi izazov za mlade mozgove.

Evo Dodgsonove verzije zgodnog Epimenidesova paradoksa o lažljivcima koji potječe iz 6. st. pr. Kr.

Na obali rijeke Nil krokodil je zgrabio dijete. Majka ga moli da joj vrati njezino čedo.

"Ako točno pogodiš što ću napraviti, vratit ću ti dijete, ako ne, pojest ću ga!" reče krokodil majci. "Pojest ćeš ga!" uzviknula je užasnuta majka. "Sad ti ne mogu vratiti dijete", odgovori lukavi krokodil, "jer ako ti ga vratim, znači da nisi pogodila, a upozorio sam te da ću pojesti dijete ne pogodiš li!" "A ne, ne smiješ ga pojesti" reče mu još lukavija majka, "Pojedeš li ga, znači da sam pogodila što ćeš napraviti, a obećao si da ćeš mi u tom slučaju vratiti dijete!" Pretpostavljamo da krokodil drži do svojeg obećanja više nego što voli jesti djecu.

Dakle, bez obzira na to što je krokodil odlučio učiniti s djetetom, prekršit će svoje obećanje.

Mnoge neobične situacije i razgovori u kojima se nalaze likovi u njegovim dječjim pričama zapravo su

temeljeni na logici, tvrdnjama i zaključcima, često logičkim apsurdima i igri riječima.

Bijeli kralj: Jesi li slučajno, dijete moje, srela putem kakve vojnike dok si prolazila kroz šumu?

Alica: Itekako, nekoliko tisuća, onako od oka.

Kralj: 4207, točno ih je toliko... Daj baci časak pogled prema gradu pa mi reci koga vidiš na cesti?

Alica: Koga vidim na cesti? Nikog.

Kralj: E da bar ja imam tako dobre oči. Zamisli koga ti vidiš! Nikog! I to na ovoj udaljenosti! Bome, po ovakvom svjetlu ja jedva jedvice vidim i prave ljude!

Nešto kasnije do njih stiže kraljev Teklić.

Kralj: Koga si sreo na cesti?

Teklić: Nikog.

Kralj: Točno, i ova mlada dama ga je vidjela. Nitko, dakako, nije mogao stići prije tebe.

Šifriranje, teorija izbora i teniski turniri

Uz logiku, Dodgson je jako volio i igre riječima i kodiranje. Sam je izmišljao pravila šifriranja i upotrebljavao ključne riječi ili bi abecedu složio kao matricu i uz zadanu ključnu riječ šifrirao poruke. Svoje šifre objavljivao je u časopisu *The train* i uglavnom je time zabavljao mlade.

Početkom 70-ih godina, zahvaljujući izborima na fakultetu, zaokupio ga je pak problem glasanja i rangiranja kandidata, odnosno počeo se ozbiljnije baviti teorijom izbora.

Postoji više načina na koje se mogu provesti izbori. Jedan je da svaki birač može dati svoj glas samo jednom kandidatu a pobjednik se bira na temelju izbora većine. Drugi je da svaki birač napravi svoju rang-listu samo nekih ili svih kandidata. Nakon prebrajanja glasova isključuju se najnepopularniji kandidati, tj. iz utrke ispadaju oni koji su osvojili najmanje glasova. Godine 1873. Dodgson objavljuje članak na tu temu, opisujući čak i sasvim novu ideju o glasanju po kojoj svaki birač raspolaže točno određenim brojem bodova koje smije podijeliti svojim favoritima kako god želi: može sve svoje glasačke bodove dati samo jednom kandidatu ili ih može po volji rasporediti na više njih. Dodgson zaključuje da bi ova metoda bila najbolja kad bi glasači bili pošten i kad bi svi radili u javnom interesu, ali je najlošija ako su sebični i skloni manipulaciji.

Crtao je tablice, radio usporedbe, analizirao ishode u raznim situacijama.

Nekoliko godina poslije opet se vraća problemu izbora pomno analizirajući matematiku koja se krije iza načina dobivanja pobjednika u teniskim turnirima, uspoređujući kružni turnir (u kojem igrači igraju

svaki sa svakim, a pobjednik se određuje prema broju osvojenih bodova), s turnirom u kojem igrači igraju na ispadanje. Zabavljao se i političkim, parlamentarnim izborima, pišući pisma Lordu Salisburyju i ostalim članovima Parlamenta i predlažući i obrazlažući načine na koje bi on reformirao parlamentarne izbore. Neke od Dodgsonovih ideja čak su i prihvaćene.



Dodo: Namjeravao sam reći da bi nas od svega najbolje osušila Predizborna utrka.

Alica: Što je sad opet Predizborna utrka?

Dodo: Pa, kako da kažem, najlakše je to objasniti tako da se izvede.

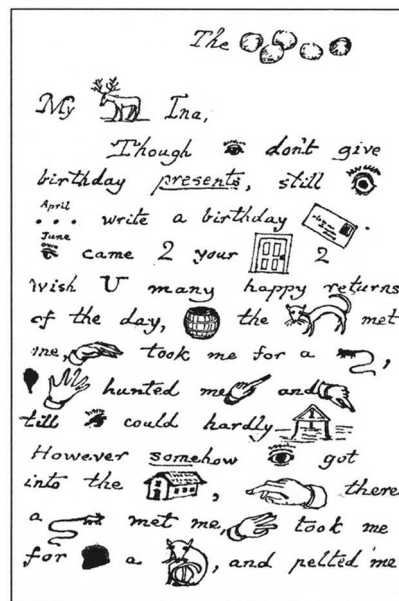
Reći ću vam kako je to izveo. Prvo je označio trkališnu stazu, manje više krug ("točan oblik nije važan", kazao je) i tada se cijelo društvo postavilo ovdje ondje duž staze. Nije bilo nikakvog "jedan, dva tri, kreni" nego su počinjali trčati kad je tko htio, a prestajali kad bi im se svidjelo, tako da nije bilo lako znati kad utrka završava. Kako bilo da bilo, kad su trčali otprilike oko pola sata i posve se osušili, Dodo je iznenada zavikao – Utrka je gotova! – i svi su se okupili oko njega dahtali i raspitivali se: Ali tko je pobijedio? Na ovo pitanje Dodo nije mogao odgovoriti bez temeljita razmišljanja pa je dugo sjedio držeći prst na čelu dok su ostali šutke čekali. Naposljetku je rekao: – Svi su pobijedili i svi moraju dobiti nagrade.

Pisanje šaljivih pjesama i esaja, prijateljstva s djecom i Alica

Charles Dodgson nije se bavio samo matematikom i "ozbiljnim" temama. Već je od rane mladosti pisao pjesmice i eseje, a negdje sredinom 1855. počeo ih je i objavljivati u zabavnim časopisima *Comic Times* i *The Train: A First-Class Magazine*. Glavni urednik, Edmund Yates, sugerirao mu je da odabere pseudonim kako se njegov akademski rad ne bi miješao s ovim zabavnim i šaljivim djelima. Dodgson je najprije odabrao ime Dares, skraćeno od

Daresbury, ali to mu je ime odbijeno, pa nudi četiri nova prijedloga: Edgar Cuthwellis, što je anagram od Charles Lutwidge kao i Edgar U. C. Westhill, zatim Louis Carroll, što je izvedeno iz Lutwidge = Ludovic = Louis i Charles te konačno Lewis Carroll, ime po kojem će postati poznat diljem svijeta.

Dodgson je cijeli život bio strastveni pisac pisama. U svom životu napisao je i primio desetine tisuća pisama, poslovnih ili privatnih, a od 1861. čak je vodio preciznu evidenciju o svima njima. Zadnje pismo na toj listi bilo je pod rednim brojem 98 721. Iako je većina tih pisama korespondencija s braćom, sestrama ili lokalnim uglednicima, najzanimljivija su pisma koja je Dodgson slao svojim malim prijateljima. Charles je jako volio djecu. Zbog vlastitog sretnog djetinjstva potpuno je razumio dječji um i dječje interese, lako se spuštao na njihovu razinu i brzo bi ga zavojevali. Oduševljavao ih je svojim neobičnim pismima, zagonatkama i slagalicama. Evo jednog zanimljivog pisma maloj Georgini Watson.



A Isu Bowman poučava:

Lijepo od tebe i Nellie i Emsie, što mi šaljete milijune zagrljaja i poljubaca, no, molim vas, mislite na vrijeme koje bi to uzelo vašem jadnom starom i vrlo zaposlenom ujaku! Isa, pokušaj zagrliti Emsie i radi to točno jednu minutu – ne vjerujem da to možeš više od 20 puta. Kad kažeš milijun, to znači najmanje dva milijuna ili više.

2 000 000 : zagrljaja i poljubaca : 20 = 100 000 minuta,
100 000 minuta : 60 = 1666 sati

1666 sati : 12 = 138 dana (računam sa 12 sati dnevno)
138 dana : 6 = 23

Ne mogu se grliti dulje od 12 sati dnevno, niti bih želio nedjelje tako provesti, no dakle, vidiš, to bi mi uzelo 23 tjedna napornog rada, a to si ne mogu dopustiti...

Fotografiranje i društveni život

U rujnu 1855., Dodgsonov ujak Skeffington posjećuje obitelj i sa sobom donosi fotoaparatus – najnovije čudo tehnike toga vremena. Naime, 50-ih godina 19. stoljeća amatersko fotografiranje postaje neobično popularno i potpuno je zaludilo mladog Dodgsona. Sa 24 godine počinje se baviti fotografijom i to će oduševljenje trajati idućih 25 godina. U listopadu 1868. Dodgson se preselio u najbolji i najskuplji stan na fakultetu koji se sastojao od spavaće sobe, dnevnog boravka i blagovaonice. Uz dopuštenje fakulteta, u potkrovlju iznad svojih odaja izgradio je mali fotografski studio u kojem je fotografirao svoje prijatelje, djecu i sveučilišne uglednike.



Charles Dodgson s fotoobjektivom

Snimio je ukupno više od 3000 fotografija, a najčešće je portretirao pojedince ili snimao manje grupe ljudi te članove obitelji. Snimanje fotografija smatrao je pravom umjetnošću, a njegova vještina otvorila mu je vrata brojnih uglednika i obogatila njegov društveni život. No, najviše će ostati zapamćen po svojim umjetničkim fotografijama djece. Svidala mu se njihova spontanost, oblačio ih

je u razne kostime, fotografirao, zatim bi im pokazivao kako miješa kemikalije i promatrao njihovo uzbuđenje i čuđenje kad bi se snimljena fotografija polako počela pojavljivati na papiru.

Alica

Još 1856. godine, kad je u fotografiranju bio tek početnik, sprijateljio se s djecom vlč. Henryja Liddella, dekana fakulteta. Bili su to Alice, Edith, Lorina i Harry. Dodgson je snimio puno njihovih fotografija i provodio puno vremena u njihovu društvu, posjećujući muzeje i razgledavajući Oxford.

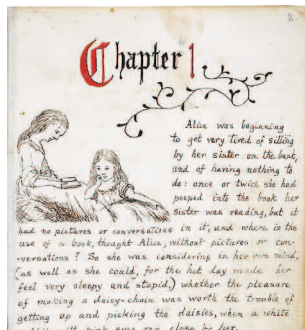


Alice, Edith, Harry i Lorina Liddell

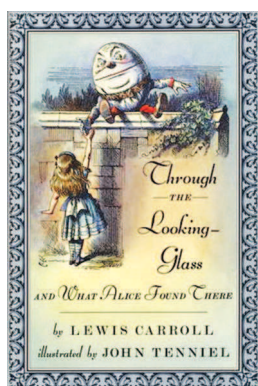
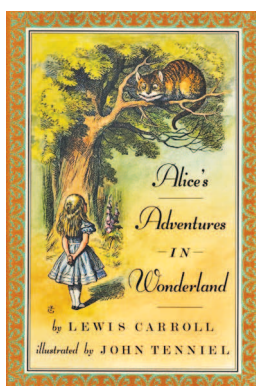
Djeca su posebno voljela vožnju čamcem po rijeci. Najslavnija od tih vožnji odigrala se 4. lipnja 1862. godine kada su Dodgson i njegov prijatelj vlč. Duckworth odveli sestre Liddell na izlet u Godstow i za vrijeme vožnje čamcem po rijeci, Charles Dodgson je maloj Alice Liddell i ostalim djevojčicama ispričao neobičnu priču o Alici koja je upala u zečju rupu, izmišljajući je praktički "u hodu". Na kraju ga je mala Alice zamolila da joj obeća da će ci-



Alice Liddell



Prva stranica rukopisa *Alice u Zemlji čudesa*



Naslovnice prvih izdanja priča o Alici

jelu priču i zapisati. Rezultat danog obećanja bio je rukopis pod naslovom *Alice's Adventures under Ground* (*Alicine avanture pod zemljom*) koji je Alice predstavljen kao božićni poklon 1864. godine. Knjiga je prvi put tiskana 1865. godine pod naslovom *Alice's Adventures in Wonderland* – *Alica u Zemlji čudesa*, a ilustrirao ju je John Tenniel (crteže možete vidjeti i na ovim stranicama). Knjiga je do danas prevedena na sve europske jezike i mnogim osnovnoškolcima postala je obavezna lektira.

Prepuna je grotesknih likova, izmišljenih i apsurdnih situacija, ali i aluzija na stvarne događaje iz Dodgsonova djetinjstva i života, a kao što se moglo i očekivati, na mnogim mjestima spominje se matematika.

Lewis Carroll nije stao samo na tom jednom romanu za djecu. Godine 1869. objavljuje dugačku pjesmu *Fantazmagorija* i još neke pjesmice, prepune izvrnutih i izmišljenih riječi koje predstavljaju pravu noćnu moru svakom prevoditelju jer gube i

smisao i šaljivost izvan engleskog jezika. Proslavljeni nastavak priče o Alici, roman *Što je Alica otkrila iza zrcala* objavljuje 1871., a 1889. nastaje još jedan dječji roman *Sylvie i Bruno* koji prati sudbinu dvoje djece koja svojom voljom postaju nevidljiva vilinska djeca ili prava djeca od krvi i mesa i to uz pomoć čudotvornog medaljona. Taj roman, nesporetno napisan i naivan u opisima likova i karaktera, više nam govori o Lewisu Carrollu nego sam njegov dnevnik. Svijet odraslih je blijed, ukočen, zbunjujući i pun kritike, a svijet mašte prepun boja i uzbuđenja, neobičnih doživljaja i nevjerojatnih likova.

No, vratimo se mi matematičari. Paralelno s dječjim pričama, Dodgson nastavlja i svoj znanstveni rad. Euklidovi *Elementi* i dalje su tema kojom se uporno bavi pa 1872. objavljuje članak o simbolima koji se upotrebljavaju u Euklidovoj prvoj i drugoj knjizi te o broju propozicija, a 1873. piše *Uvod u Euklida I-IV* (*Enunciation of Euclid I-IV*), upute za studente. Nastavlja rad i na simboličkoj logici, a proučava metode dijeljenja nekog broja brojem 9 i brojem 11.

Pillow Problems i matematičke mozgalice

Od travnja 1880. do studenog 1884. Lewis Carroll pisao je za časopis *The Monthly Pocket* rubriku matematičkih mozgalica. Svaki broj sadržavao je priču s nekim zanimljivim matematičkim problemom, a u idućem broju bilo bi objavljeno njegovo rješenje. Deset tih priča, nazvanih *Zavrzlame* (*Knots*), skupljeno je poslije u malu knjižicu *A Tangled Tale*, koja je iz tiska izašla na Božić 1885. godine. Priče su bile zapravo razni matematički zadaci iz područja kombinatorike, logike i aritmetike.

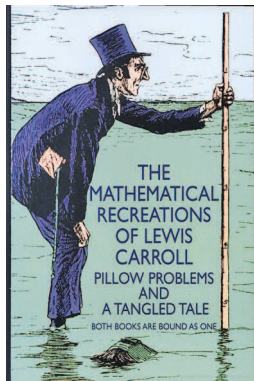
Primjerice:

Vladar neobične zemlje Kgovjni želi prirediti malu zabavu i na večeru poziva očeva šogora, bratova punca (tasta) i brata svog punca i oca svog šogora. Koliko je to gostiju?

Ili:

Dva putnika istovremeno krenu s perona na put vlakovima, jedan na istok, a drugi na zapad. Pruga ima oblik kružnice, vlakovi s perona polaze svakih 20 minuta u oba smjera, istočni vlakovi načine puni krug za tri sata, a zapadni za dva sata. Koji putnik će se putem mimoći s više vlakova ako svaki putnik počne brojiti vlakove tek kad se mimoide s vlakom u kojem je onaj drugi?

Carrollovi zabavni zadaci-mozgalice kojima je volio zabavljati djecu i prijatelje, mlade i stare, često



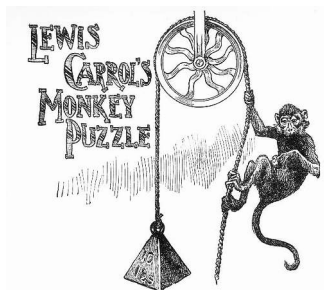
Pillow Problems and A Tangled Tale, izdanje iz 1958., Dover Publications, Mineola, SAD

su bili poznati paradoksi, poput onoga o Ahilu i kornjači ili o geometrijskom problemu s rezanjem trokuta na dijelove i preslagivanjem nakon čega se misteriozno izgubi jedna kvadratna jedinica površine, ili o magičnom broju 142 857 čiji se umnošci redom sa 2, 3, 4, 5 i 6 sastoje od istih znamenaka, posloženih istim kružnim redom, ili o broju 12 345 679 i njegovim umnošcima.

Poznata viktorijanska mozgalica je priča o broju 1089:

Zapiši bilo koji troznamenkasti broj kojemu se prva i treća znamenka razlikuju za više od 1, obrni ga i oduzmi manji od većeg. Zatim rezultat ponovo obrni i zbroji zadnja dva broja. Rezultat je 1089!

Lewis Carroll bavio se i poznatim problemom bojenja karata, a razvio je i svoju metodu kojom je napamet izračunavao na koji dan u tjednu pada bilo koji zadani datum. U njegovo se vrijeme puno raspravljalo i o problemu s majmunom i užetom na koloturi.



Na krovu kuće nalazi se kolotura i na njoj visi uže. Na jednom kraju nalazi se uteg, a na drugom visi majmun i uže je u ravnoteži. Što će se dogoditi počne li se majmun penjati po užetu?

Ovaj problem posebno je zbunjivao Dodgsona i 21. prosinca 1893. on zapisuje u svoj dnevnik:

Imam rješenje profesora Cliftona, vrlo je zanimljivo. Svaki matematičar ima neko svoje viđenje problema. Profesor Price kaže da će se uteg pomicati prema gore sve brže i brže, Clifton tvrdi da će uteg ići prema gore istom brzinom kojom se majmun penje, a Sampson kaže da će uteg ići dolje!

Poslije u pismu gospođi Price priznaje: *To je stvarno najteža mozgalica... trenutno sam sklon vjerovati da uteg ne ide ni gore ni dolje!!!*

Dodgson je imao odlično pamćenje, a sredinom 70-ih godina odlučio je još više razviti tu svoju sposobnost. Razvio je posebnu tehniku pamćenja uz pomoć koje je mogao pamtiti brojne datume i brojeve. Bila je to zapravo verzija već postojeće tehnike pamćenja dr. Richarda Graya koja je nastala 1730-ih godina, a temelji se na ideji da se svaki broj zamijeni nizom slova koja se zatim slažu u riječi od kojih se tvore lako pamtljivi stihovi. Tu tehniku opisuje u djelu *Memoria Technica* koje objavljuje 1888.

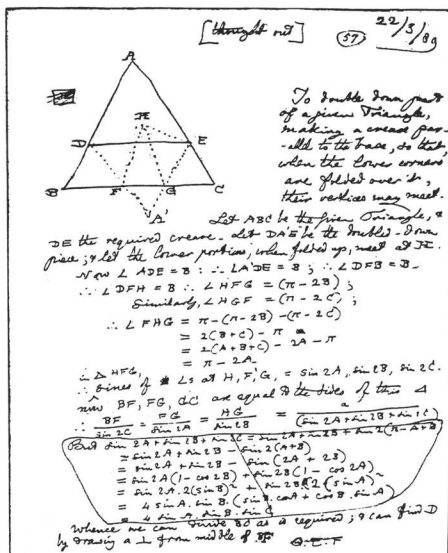
Primjerice, želite li zapamtiti 1492. kao godinu otkrića Amerike, treba zamijeniti znamenke 1 4 9 i 2 slovima. 1 ne treba posebno pamtiti, ta nećete valjda pogriješiti tisućljeće. Brojka 4 ima oznaku *f* od *four* ili *q* od *quatro*, 9 je slovo *n* od *nine* ili *g* jer oblikom podsjeća na to slovo, a 2 je *d* od *duo* ili *w* od *two*. Sad treba smisliti riječ koja će se sastojati od suglasnika *f* ili *q*, *n* ili *g* te *d* ili *w*. Riječ se sama nameće: *found*. I uz malo mašte, evo stiha za pamćenje:

*Columbus sailed the world around,
Until America was FOUND.*

Dodgson je posjedovao zavidne mentalne sposobnosti te je mnoge zadatke mogao rješavati napamet, odnosno u glavi. Sam je sastavljao takve zadatke i 1893. objavljuje zbirku pod naslovom *Curiosa Mathematica, part 2: Pillow Problems Thought out during Sleepless Nights* (Zanimljiva matematika, 2. dio: problemi za jastuk, smišljeni tijekom besanih noći) ne zato da bi se hvalio tim svojim sposobnostima već da potakne ostale matematičare, mlade i

starije, da poboljšaju svoje vještine rješavanja zadataka. Mnogi od tih zadataka vrlo su zanimljivi. Evo nekih:

- 1) Gosti sjede za kružnim stolom tako da svaki čovjek ima dva susjeda i svaki ima određeni iznos u šilinzima. Prvi čovjek ima za 1 šiling više novca od drugog koji ima za jedan šiling više od trećeg itd. Prvi čovjek da jedan šiling drugome, drugi da dva šilinga trećemu itd., svaki je čovjek dao susjedu za jedan šiling više nego što je primio, sve dok je to moguće. U jednom trenutku jedan gost imao je četiri puta više novca od svog susjeda. Koliko je gostiju sjedilo za stolom? Koliko je novca na početku imao najsiromašniji gost?
- 2) Izračunaj zbroj $1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + \dots$ koji ima
 - a) n članova
 - b) 100 članova.
- 3) Presavij zadani trokut po dužini paralelnoj s osnovicom tako da kad se dobivena tri mala trokuta ponovo presaviju po dužinama paralelnim stranicama trokuta, vrhovi padnu u istu točku.



- 4) Dokaži da je trostruki zbroj triju kvadrata jednak zbroju četiriju kvadrata.
- 5) Povuku li se iz vrhova trokuta ABC tri dužine $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ i $\overline{CF}$ tako da se sijeku u jednoj točki O , izrazi omjer $|DO|/|DA|$ pomoću omjera $|EO|/|EB|$ i $|FO|/|FC|$.

- 6) Jedna vreća sadržava jedan crni i jedan bijeli žeton, druga dva bijela i jedan crni žeton, a treća tri bijela i jedan crni žeton. Vreće su poredane jedna do druge, nije poznato kojim redom. Iz prve je izvučen bijeli žeton, a iz druge crni. Kolika je vjerojatnost da se iz preostale vreće izvuče bijeli žeton?

Epilog

23. prosinca 1897. Charles Dodgson je u svoj dnevnik, koji je pomno vodio cijeli život, kratko upisao: *Krenuo sam u Guildford danas u 2.07.* Bio je to njegov zadnji zapis jer je samo nekoliko tjedana poslije dobio jaku upalu pluća i teško se razbolio. Umro je 14. siječnja 1898., u 65. godini života, ne dovršivši 2. dio knjige iz simboličke logike.

Istoga tjedna umire i Henry Liddell, čija je kći Alice odigrala tako važnu ulogu u Dodgsonovu životu. Misa zadušnica održana je za obojicu u katedrali *Christ Church*.



Vitraj crkve u Daresburyju u engleskoj pokrajini Cheshire

LITERATURA

- 1/ Robin Wilson, *Lewis Carroll in Numberland*, Penguin Books, London, 2009.
- 2/ Lewis Carroll, *Alica u Zemlji čudesa i izazvala*, Grafički zavod Hrvatske, Zagreb, 1989.
- 3/ http://www.gasl.org/refbib/Carroll_Wonderland.pdf
- 4/ http://books.google.ca/books?id=hT2YFVKtCkMC&printsec=frontcover&hl=hr&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false