O definiciji i nazivu jednke klase trapeza

(ili zašto ne jednakokračan trapez?)

Dijana Ilišević[1], *Miro Ojvan*[2], *Zagreb*

U literaturi se često može naići na sljedeću neprecíznu definiciju trapeza: **trapez je četverokut koji ima dvije paralelne stranice**. Nepreciznost ove definicije odražava se u tome što iz nje nije jasno jesu li i paralelogrami trapezi. Precizna bi definicija trebala sadržavati i jednu od riječi "barem" ili "točno", tj. **trapez je četverokut koji ima barem dvije paralelne stranice** ili **trapez je četverokut koji ima točno dvije paralelne stranice**. Prva od ovih dviju definicija među trapeze ubraja i paralelograme, a druga ne. Više o tome može se pronaći u zanimljivom članku [7].

Čini se da većina autora među trapeze želi ubrojiti i paralelograme, odnosno odlučuje se za definiciju oblika: **trapez je četverokut koji ima barem dvije paralelne stranice; te paralelne stranice zovu se osnovice ili baze trapeza, a ostale dvije krakovi trapeza** (primjerice, [2], [4], [13]).

Odluka o uključivanju klase paralelograma u klasu trapeza razumljiva je ako se sagleda šira slika klasifikacije četverokuta. Međutim, s druge strane, to dovodi do novih problema u slučaju posebnih trapeza poznatih pod nazivom "jednakokračni trapezi". U ovom će članku biti riječi o nekim dvojbama koje se pojavljuju u vezi s tom potklasom.

Najčešće se može pronaći definicija jednakokračnog trapeza prema najbližem rodu (trapezu): **ako trapez ima oba kraka jednake duljine, on se zove jednakokračan trapez** (primjerice, [3], [5], [6], [8], [9], [12], [15]). Ovom definicijom obuhvaćena je i klasa paralelograma što autori žele izbjeći, sudeći prema nastavku teksta (najčešće se navode svojstva jednakokračnog trapeza). Naime, jednakokračni trapezi koji nisu paralelogrami imaju nekoliko lijepih svojstava koje opći paralelogrami nemaju: može im se opisati kružnica, kutovi uz osnovice su im jednakih mjera, a dijagonale jednakih duljina.

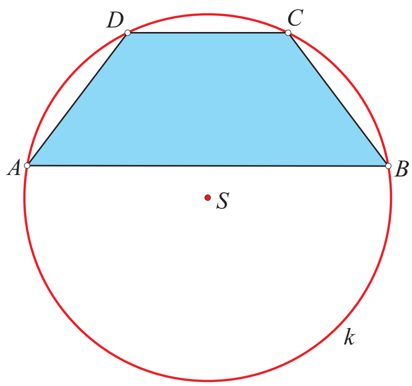
[1] Izvanredna profesorica na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu.
[2] Profesor matematike u OŠ Ivana Mažuranića u Zagrebu.

Želimo li iz klase jednakokračnih trapeza isključiti klasu paralelograma, možemo zahtijevati da krakovi ne budu paralelni (kao primjerice u starijem udžbeniku [14]): **ako su krakovi trapeza jednakih duljina i neparalelni, on se zove jednakokračan trapez**. Dakle, autori su uočili slabu točku standardne definicije i dodatnim zahtjevom neparalelnosti krakova pokušali razdvojiti klase jednakokračnih trapeza i paralelograma. No, na taj način stvorili su drugi problem: iz klase jednakokračnih trapeza izbačena je klasa pravokutnika (koja je potklasa paralelograma, ali i potklasa jednakokračnih trapeza), što se također želi izbjeći jer se i pravokutnicima može opisati kružnica, kutovi uz osnovice su im jednakih mjera, a i dijagonale su im jednakih duljina.

U starijem udžbeniku [10] nailazimo na sljedeću definiciju koja se ne zasniva na najbližem rodu (trapezu): **preklopiv trapez je svaki četverokut koji se rotacijom za kut $2R$ oko jedne srednjice dovodi do poklapanja sa samim sobom** (u starijoj literaturi s R se označava mjera pravog kuta[3]). Iz definicije autori zaključuju da je preklopiv trapez osnosimetričan lik, a os simetrije je pravac koji prolazi polovištima dviju suprotnih paralelnih stranica. Kako preklopiv trapez ima dvije paralelne stranice, on pripada klasi trapeza, što opravdava naziv. Krakovi preklopivih trapeza imaju jednake duljine. Jedini paralelogrami koji su preklopivi trapezi su pravokutnici. Pojam preklopivog trapeza rabi se i u starijem fakultetskom udžbeniku [2].

Čini se da svi autori kao bitnu potklasu klase trapeza žele istaknuti onu u kojoj su trapezi čiji su krakovi jednakih duljina, pri čemu se iz nje isključuju svi paralelogrami koji nisu pravokutnici. No, ponuđene definicije imaju ili veći opseg pojma od predviđenog (u slučaju definicije u kojoj se zahtijeva da oba kraka budu jednake duljine) ili manji opseg pojma od predviđenog (u slučaju definicije u kojoj se zahtijeva da oba kraka budu jednake duljine i neparalelni). U oba je slučaja predloženi naziv te potklase "jednakokračan trapez", ali željeni opseg pojma odgovara opsegu pojma "preklopiv trapez". Potražimo još neke alternativne definicije i sugestivne nazive za potklasu trapeza koju čine trapezi čiji su krakovi jednakih duljina, a koja ne uključuje paralelograme koji nisu pravokutnici.

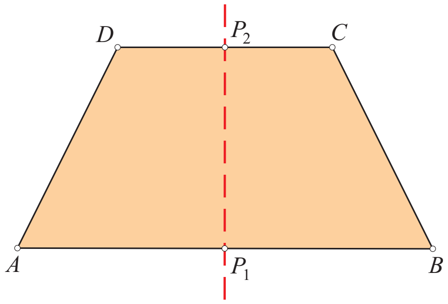
Pitanje je koja svojstva karakteriziraju tu potklasu unutar klase trapeza (dakle, daju i nužne i dovoljne uvjete da trapez pripada toj klasi). Jedno od takvih svojstava je sukladnost kutova uz osnovice trapeza. Drugo svojstvo je sukladnost dijagonala. No, niti jedno od tih dvaju svojstava ne nudi neku prirodnu zamjenu standardnog naziva "jednakokračan trapez". Treće svojstvo je mogućnost opisivanja kružnice takvom trapezu; ono nas vodi do alternativne definicije i alternativnog naziva "tetivan trapez": **tetivan trapez je trapez kome se može opisati kružnica**. Pretpostavljamo da usvajanje ovog naziva učenicima ne bi zadavalo poteškoće s obzirom na to da im je pojam tetive kružnice već poznat. Nakon definicije može se navesti da tetivni trapezi imaju krakove jednakih duljina, a ovo je svojstvo moguće dokazati nakon teorema o sukladnosti trokuta.



Još jedno svojstvo koje karakterizira danu klasu trapeza je njegova osna simetričnost s obzirom na pravac koji prolazi polovištima osnovica (vidjeti primjerice [11]). S obzirom na to da pojam osne simetrije učenici također usvajaju ranije, još bi jedan alternativni naziv mogao biti "(osno)simetričan trapez", a alternativna definicija bi

[3] lat. *rectus* = pravi

glasila: **(osno)simetričan trapez je trapez koji je osnosimetričan lik s obzirom na pravac koji prolazi polovištima njegovih osnovica**. Kako je osna simetrija izometrija, iz ove definicije slijedi da su krakovi (osno)simetričnog trapeza jednakih duljina.



Ostala korisna svojstva takvih trapeza koja se u udžbenicima standardno navode (a ponegdje i izvode) mogu prirodno slijediti i nakon ovih alternativnih definicija i naziva.

Na kraju napomenimo da se na neprikladnost naziva "jednakokračan trapez" ukazivalo još prije gotovo pola stoljeća (vidjeti u [1]), a ovim člankom želimo obnoviti raspravu o tom pitanju.

LITERATURA

1/ V. Benčić, *Zašto novi termini preklopivi trokut i preklopivi trapez?*, Pedagoški rad, God. 19, br. 7–8 (1964), 462–464.

2/ V. Benčić, *Elementarna geometrija za studente pedagoških akademija, I.dio*, Školska knjiga, Zagreb, 1973.

3/ J. Božičević i L. Rajčić, *Planimetrija za više razrede gimnazije*, Nakladni zavod Hrvatske, Zagreb, 1947.

4/ D. Ilišević i M. Bombardelli, *Elementarna geometrija*, skripta, 2007, `http://web.math.hr/nastava/eg/EGskripta.pdf`

5/ B. Jagodić, N. Sarapa i R. Svedrec, *Matematika 6, udžbenik za šesti razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2006.

6/ B. Jagodić i R. Svedrec, *Matematika 6, za izbornu i dodatnu nastavu*, Školske novine, Zagreb, 2000.

7/ N. Jozić, *Muke po trapezu ili raskoš trapeza*, Zbornik radova 4. kongresa nastavnika matematike (2010), 263–280.

8/ L. Kralj, Z. Ćurković, D. Glasnović Gracin i S. Banić, *Petica 6, udžbenik i zbirka zadataka iz matematike za šesti razred osnovne škole*, SysPrint, Zagreb, 2006.

9/ Z. Šikić, V. Draženović-Žitko, M. Marić i L. Krnić, *Matematika 6, udžbenik i zbirka zadataka za šesti razred*, Profil, Zagreb, 2007.

10/ Đ. Kurepa, V. Benčić i I. Smolec, *Geometrija za prvi razred gimnazije*, Školska knjiga, Zagreb, 1964.

11/ M. Malenica, *O osno simetričnim četverouglovima*, Matematika, stručno-metodički časopis, God. 14, br. 1 (1985), 13–16.

12/ R. Nakić, *Matematički svijet, udžbenik s radnom bilježnicom za učenike šestog razreda osnovne škole*, Alka Skript, Zagreb, 2006.

13/ B. Pavković i D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Školska knjiga, Zagreb, 2003.

14/ L. Rajčić, Đ. Kurepa i B. Pavlović, *Geometrija za peti razred gimnazije*, Školska knjiga, Zagreb, 1955.

15/ R. Svedrec, N. Radović, T. Soucie i I. Kokić, *Tajni zadatak 006, udžbenik i vježbenica za šesti razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.