$\overline{A}$ može se opisati kao 23 neovisna događaja, pa je $P(\overline{A}) = P(1) \cdot P(2) \cdot P(3) \cdot \ldots \cdot P(23)$ pri čemu $P(k)$ označava vjerojatnost da k-ta osoba nema rođendan isti dan kao i prethodno promatranih $k-1$ osoba. $P(1)$ je očito $1 = 365/365$, $P(2) = 364/365$, $P(3) = 363/365, \ldots, P(23) = 343/365$ pa je:

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{343}{365} \\ &= \left(\frac{1}{365}\right)^{23} \cdot (365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot 343) \\ &= \left(\frac{1}{365}\right)^{23} \cdot \frac{365!}{342!} \\ &= 0.4927, \end{aligned}$$

i zato je $P(A) = 1 - 0.4927 = 0.5073 = 50.73\%$.

Poopćimo li zadatak, za $n \leq 365$ imamo:

$$\begin{aligned} P(\overline{n}) &= \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots (365-n+1)}{365^n} \\ &= \frac{365!}{365^n \cdot (365-n)!} \end{aligned}$$

i $P(n) = 1 - \dfrac{365!}{365^n \cdot (365-n)!}$.

Rezultati za neke n dani su u tablici.

n	$P(n)$
10	11.7%
20	41.1%
23	50.7%
30	70.6%
50	97%
57	99%
100	99.99997%

Želite li da netko od 23 osobe ima rođendan nekog određenog dana, primjerice na vaš rođendan, vjerojatnost za to je $1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{23} = 6.1\%$. Da bi vjerojatnost bila barem 50%, u skupini bi trebalo biti 253 ljudi, što je više od očekivanih $365/2 = 182.5$.

I što reći na kraju? Ako uskoro slavite rođendan, neka vam je sretan; ako se volite kladiti, budite oprezni; a ako se slučajno namjeravate utrkivati s kornjačom, nipošto joj nemojte dati prednost jer je, baš kao ni Ahilej, nikad nećete stići.

in memoriam

Benoit B. Mandelbrot

(1924. – 2010.)

U Cambridgeu (Massachusetts) 14. listopada ove godine umro je Benoit M. Mandelbrot, francusko-američki matematičar rođen u Poljskoj. Mandelbrot je poznat kao otac fraktalne geometrije. Njemu pripada i izbor naziva "fraktal" a njemu u čast prihvaćen je i naziv Mandelbrotov skup. Svoj radni vijek proveo je u IBM-ovom istraživačkom centru Thomas J. Watson.