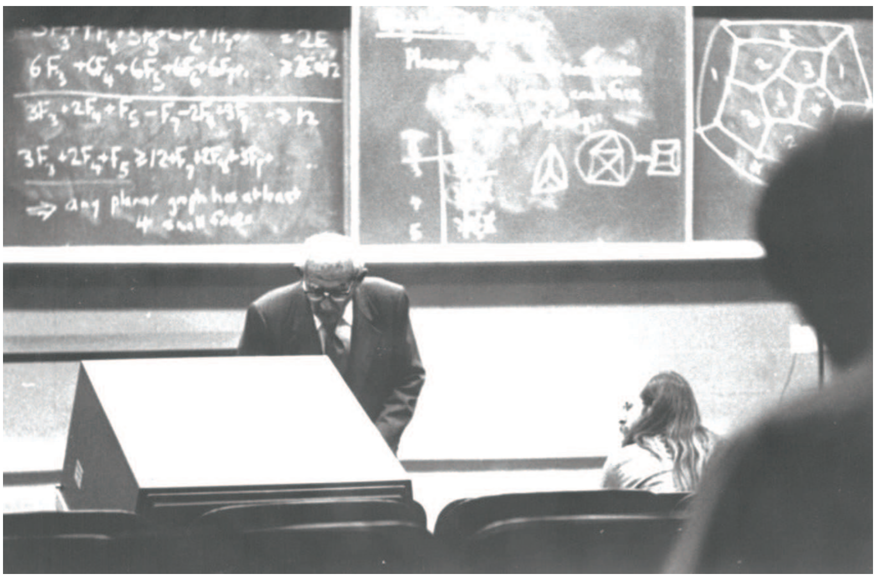
Učenje istraživanjem

u *GeoGebri* po modelu Georga Pólye



Željka Bjelanović Dijanić, Čazma

To što ste bili prisiljeni sami otkriti, u vašem umu otvara put kojim se možete ponovno koristiti kada se za to ukaže potreba.
(Georg Kristof Lichtenberg)

Konstruktivizam

Jedan od ciljeva poučavanja matematike jest naučiti učenike misliti te ih osposobiti za rješavanje problema i donošenje odluka u budućem životu. Naš istaknuti metodičar Zdravko Kurnik [9] naglašava da su *osnovne smjernice za osuvremenjivanje nastave pobuđivanje i pokretanje mišljenja učenika i nastojanje da dobar dio novih znanja stječu vlastitim snagama i sposobnostima*. Za ovakav pristup zalaže se teorija konstruktivizma koja se zasniva na činjenici da znanje nastaje aktivnošću učenika pa je stoga uloga nastavnika kao izvora informacija znatno smanjena u odnosu na ulogu nastavnika koji će voditi i usmjeravati učenike na putu stjecanja novih znanja. Pogrešno je misliti kako će sljedeći pristup (prečesto korišten na instrukcijama) u matematici dugoročno dati rezultata: "ja ću vama ispredavati što morate znati pa vi to naučite" ili "vi nama samo pokažite kako se rješavaju takvi zadaci i mi ćemo onda znati". Također, često se može čuti kako taj i taj nastavnik matematike učenicima ne objašnjava dobro pa ga oni ne razumiju, a kada ih se pita što im točno nije jasno, onda ne znaju što bi rekli. Nije ni čudo kada nisu uložili ni minimum truda da bi shvatili o čemu se na satu govori. Znanje se ne može prenositi od nastavnika prema učeniku na način da se informacije koje odašilje nastavnik "preslikaju" u glave učenika. Učenik se mora aktivno uključiti u nastavni proces te samostalnim radom doći do vlastitih spoznaja. Način stjecanja znanja je jedinstven za svakog učenika jer (upravo i samo) on vlastitom aktivnošću "konstruira" svoje znanje na temelju vlastitog iskustva. A uloga nastavnika je da odabere prikladne oblike rada, nastavne metode, izvore znanja i na taj način oblikuje okolinu za učenje te da potiče i usmjerava učenike u samostalnom otkrivanju novih pojmova, koncepata i zakonitosti u sadržajima koje treba usvojiti prema propisanom nastavnom planu i programu.

Učenje otkrivanjem i istraživački usmjerena nastava

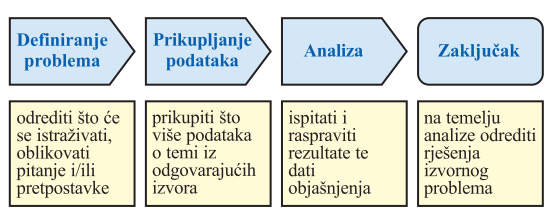
Kako bi udovoljio gore postavljenim zahtjevima, nastavnik matematike može se služiti različitim nastavnim strategijama, metodama i oblicima rada. S obzirom da je svaki učenik jedinka za sebe i da svakome neki oblik rada odgovara više ili manje, preporučljivo je u nastavi što češće izmjenjivati različite nastavne metode.

Bognar i Matijević [2] navode učenje otkrivanjem kao jednu od nastavnih strategija za koju predlažu tri nastavne metode: istraživanje, simulaciju i projekt. Učenje otkrivanjem (engl. *discovery learning*) je iskustveno učenje koje se odvija u stvarnosti ili zamišljenoj stvarnosti. Ako nam istraživanje u stvarnosti nije dostupno, koristimo se simulacijom pri čemu je u nastavi matematike izuzetno korisna računalna simulacija korištenjem programa dinamične geometrije.

Ukoliko u učionici imate računalo (s LCD projektorom) spojeno na internet, web je krcat Java apletima i sigurno se može naći nešto što bi vam odgovaralo. Ako nemate internet, instalirajte si *GeoGebru* – program dinamične geometrije koji je besplatan, otvorenog koda (engl. *open source*), preveden na hrvatski, lako se savlada, a svakim danom u Hrvatskoj i u svijetu sve je više materijala koji se slobodno mogu mijenjati te prilagođavati potrebama vaše nastave: od radionica, preko stručnih članaka uglavnom objavljivanih upravo u našem MiŠ-u, do gotovih primjera na Geogebra Wiki (`www.geogebra.org/en/wiki`) i u Riznici matematičkih apleta (`http://apleti.normala.hr`). Također, na stranici *Interaktivne matematike* udruge Normala (`www.normala.hr/interaktivna_matematika`) nalaze se izuzetno kvalitetni digitalni obrazovni materijali u kojima su obrađene kompletne nastavne cjeline uglavnom iz srednjoškolske matematike, a namijenjene su samostalnom radu učenika metodom učenja istraživanjem. Primjer na kraju ovog rada preuzet je s tih stranica.

Kurnik [9] upozorava na težinu istraživačke nastave i za učenike i za nastavnike. Učenici moraju biti primjereno osposobljeni za umni rad što se može ublažiti radom u paru, a sama nastava može se kombinirati s heurističkom. Tijekom rada mogu se pojaviti situacije koje nastavnik nije predvidio, ali na njih mora biti pripravan što znači da bi trebao biti dobro osposobljen za izvođenje istraživačke nastave. Međutim, to ne znači da se ipak ne bi trebalo odvažiti i krenuti s uvođenjem novih nastavnih metoda. Učenje otkrivanjem bit će uspješnije ako učenici posjeduju predznanje nužno za praćenje novih sadržaja te ako imaju iskustva u ovakvom načinu učenja.

U istraživački usmjerenoj nastavi (engl. *inquiry based learning*) učenike se potiče da samostalnim istraživanjem dolaze do određenih spoznaja uz odgovarajuću pomoć nastavnika. Pritom nastavnik i učenik zajednički definiraju problem koji određuje novi nastavni sadržaj. Poznato je da rješenje problema postoji, ali postupak u pravilu nije zadan i svaki učenik samostalno treba doći do rješenja. Ovakav način rada omogućuje visok stupanj diferencijacije nastave jer će nastavnik svakom učeniku pomoći onoliko koliko mu je potrebno. Učenik će samostalno otkriti smisao i važnost informacija što će ga dovesti do zaključka ili razmišljanja o novostečenom znanju. Varošanec [12] ističe kako istraživanjem u nastavi matematike učenici proučavaju i rješavaju probleme pokušavajući otkriti matematičke pravilnosti, zakonitosti i svojstva promatranih objekata s kojima do tada nisu bili upoznati. Kako se na tom putu ne bi izgubili ili zalutali, vodi ih se kroz nekoliko koraka (vođeno učenje otkrivanjem):



Slika 1. Etape istraživački usmjerene nastave (preuzeto i prevedeno s [6])

U metodici prirode i društva De Zan [4] navodi nekoliko stupnjeva kroz koje se prolazi prilikom usvajanja novih spoznaja u istraživački usmjerenoj nastavi, a koji se jako dobro mogu primijeniti i u nastavi matematike s obzirom na srodnost predmeta:

1. stupanj motivacije – odnosi se na stvaranje problemske situacije;
2. stupanj teškoće – upoznavanja problema;
3. stupanj rješenja – postavljanje hipoteze, izrada plana istraživanja;
4. stupanj rada i izvođenja – izvođenje pokusa, mjerenja, uspoređivanja;
5. stupanj zadržavanja i vježbanja;
6. stupanj postignuća, provjeravanja i primjene naučenog, postignutog.

Pritom se prva četiri stupnja odnose na novi spoznajni rad što odgovara znanstvenom pristupu, dok su preostala dva stupnja više didaktička, ona odgovaraju prirodnom tijeku nastave matematike. Nakon što se određeni sadržaji "obrade", slijedi uvježbavanje rješavanja zadataka te primjena usvojenog u novim situacijama.

Pólyin model rješavanja problema

George Pólya (1887. – 1985.) istaknuti je američki matematičar porijeklom iz Mađarske. Dao je velik doprinos, kako matematici kao znanosti, tako i metodici matematike. Zalagao se za heuristički pristup učenju te tvrdio da postoji umijeće otkrića i da ga je moguće naučiti. Heuristiku je smatrao posebnom granom spoznavanja, a njen cilj je bio istražiti pravila i metode koje vode do pronalaska i otkrića. Ovu teoriju izložio je u knjizi *Kako riješiti matematički zadatak?* (engl. *How to Solve It*) koja je prodana u preko milijun primjeraka i prevedena na 23 jezika. Knjiga je prvi put objavljena 1945. godine, a do danas je doživjela nekoliko reizdanja. U hrvatskom izdanju ove knjige iz 1966. g. [11] s unutrašnje strane korica nalazi se tablica s pitanjima i preporukama *Kako rješavati zadatak?*.

KAKO RJEŠAVATI ZADATAK?

Prvo

Treba da *razumiješ* zadatak.

RAZUMIJEVANJE ZADATKA

- *Što je nepoznato? Što je zadano? Kako glasi uvjet?*
- Da li je moguće zadovoljiti uvjet? Je li uvjet dovoljan za određivanje nepoznanice? Ili nije dovoljan? Možda je preodređen? Ili kontradiktoran?
- Nacrtaj sliku! Uvedi zgodne oznake!
- Rastavi razne dijelove uvjeta! Možeš li ih napisati?

Drugo

Potraži vezu između zadanog i nepoznatog! Ako se ne može naći neposredna veza, morat ćeš možda razmatrati pomoćne zadatke. Najzad treba da dobiješ *plan* rješavanja.

STVARANJE PLANA

- Da li si zadatak već prije vidio? Ili si isti zadatak vidio u nešto drugačijem obliku?
- *Znaš li neki srodni zadatak?* Znaš li koji teorem koji bi ti mogao pomoći?
- *Promotri nepoznanicu!* I nastoj sjetiti se nekog tebi poznatog zadatka koji sadrži istu ili sličnu nepoznanicu!
- *Evo zadatka koji je srodan tvom, a već je riješen! Možeš li ga upotrijebiti?* Možeš li primijeniti njegov rezultat? Možeš li primijeniti metodu kojom je taj zadatak riješen? Ne bi li uveo neki pomoćni element da uzmogneš upotrijebiti taj zadatak?
- Možeš li zadatak drugačije izraziti? Možeš li ga izraziti još nekako drugačije? Vrati se na definicije!
- Ne možeš li riješiti postavljeni zadatak, pokušaj najprije riješiti neki srodan zadatak! Možeš li smisliti pristupačniji srodni zadatak? Općenitiji zadatak? Specijalniji zadatak? Analogni zadatak? Možeš li riješiti dio zadatka? Zadrži samo jedan dio uvjeta, a odbaci drugi dio; dokle je tada nepoznanica određena, kako se ona može mijenjati? Možeš li iz zadanih podataka izvesti što korisno? Možeš li zamisliti druge neke zadane podatke koji bi bili pogodni za određivanje nepoznanice? Možeš li promijeniti nepoznanicu, ili zadane podatke, ili — ako treba — oboje, tako da nova nepoznanica i novi zadani podaci budu međusobno bliži?
- Da li si iskoristio sve zadano? Jesi li iskoristio čitav uvjet? Jesi li uzeo u obzir sve bitne pojmove koji se nalaze u zadatku?

Treće

Izvrši svoj plan!

IZVRŠAVANJE PLANA

- Provodiš li svoj plan rješavanja, *kontroliraj svaki korak!* Možeš li jasno vidjeti da je korak ispravan? Možeš li dokazati da je ispravan?

Četvrto

Provjeri dobiveno rješenje!

OSVRT

- Možeš li *kontrolirati rezultat?* Možeš li kontrolirati dokaz?
- Možeš li rezultat izvesti drugačije? Možeš li ga uočiti na prvi pogled?
- Možeš li rezultat ili metodu upotrijebiti za neki drugi zadatak?

Slika 2. George Pólya: Kako rješavati zadatak?

Pólya smatra kako je jedna od najvažnijih nastavnikovih dužnosti pomoći svojem učeniku, ali u tome treba biti umjeren. Ako mu ne pomogne dovoljno, možda neće napredovati. Ako mu pomaže previše, neće mu ostati ništa da napravi sam. Zbog toga predlaže da se nastavnik postavi u ulogu učenika, sagleda situaciju iz njegovog stajališta, pokuša razumjeti što se zbiva u njegovoj glavi te mu postavlja pitanja kojima nastoji pomoći da učenik sam dođe do rješenja problema. Na taj način poučava učenika kako da si sam pomogne sličnim pitanjima kod idućeg problema, odnosno uči ga misliti i priprema za rješavanje problema u svakodnevnom životu.

Pitanja i preporuke koje Pólya predlaže su stoga općenita, uporabljiva u bilo kojem području matematike, ali i drugih znanosti, u teoriji i u praksi. Da bi se učenik lakše snalazio i što manje puta morao vraćati korak unatrag, proces rješavanja zadatka dijeli se u četiri etape.

1. Razumijevanje zadatka

Koliko god nam se ova etapa činila trivijalnom, nekim učenicima to nije tako. Koliko puta ste se susreli sa zadatkom koji je učenik rješavao, a da nije imao pojma što se u zadatku traži. Našao je neku formulu, uvrstio što mu se učinilo da bi odgovaralo i dobio rješenje koje nema nikakve veze s postavljenim problemom. Takav učenik zadatak nije ni pročitao, samo je bezglavo krenuo.

Dakle, zadatak treba pročitati s razumijevanjem. Učenik treba prepoznati glavne dijelove zadatka: nepoznanicu, zadane podatke i uvjet. Nastavnik može pomoći pitanjima: *Što je nepoznato? Što je zadano? Kako glasi uvjet zadatka? Je li moguće zadovoljiti uvjet? Je li uvjet dovoljan za određivanje nepoznanice?* Ako se može, treba nacrtati sliku i uvesti zgodne oznake.

2. Stvaranje plana

Nakon što smo razumjeli zadatak, treba osmisliti plan rješavanja zadatka. U lakšim zadacima obično se lako može uočiti zakonitost koja povezuje poznate i nepoznate varijable. To može biti pravilo, formula, teorem i sl. Teže zadatke će možda trebati raščlaniti na nekoliko lakših.

Ponekad plan može iznenada sinuti kao "sjajna ideja", ali ako se to ne dogodi, onda učeniku treba pomoći da dođe na tu ideju. Učenik koji je redovitije samostalno rješavao zadatke u školi i kod kuće prije će osmisliti plan, odnosno lakše mu se može pomoći pitanjima: *Jesi li već prije vidio sličan zadatak? Znaš li neki srodni zadatak? Promotri nepoznanicu! Pokušaj se sjetiti nekog tebi poznatog zadatka koji ima istu ili sličnu nepoznanicu! Jesi li iskoristio sve zadano? Jesi li iskoristio čitav uvjet? Možda možemo uvesti neki pomoćni element?*

3. Izvršavanje plana

Izvršavanje plana puno je lakše od prethodne faze i za to je potrebno samo strpljenje i tehnika računanja. Pritom učenik treba paziti da točno izvede svaki korak, odnosno da sam sebe kontrolira kako ne bi napravio pogrešku i dobio krivo rješenje.

4. Osvrt

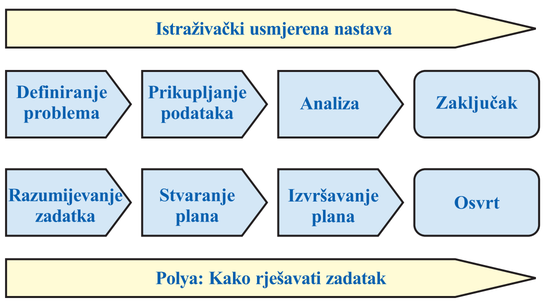
Posljednju fazu nikako ne smijemo zanemariti. Možda dobiveno rješenje nije točno. Učenika treba navesti da provjeri svoj rezultat: *Možeš li izvršiti provjeru rezultata? Možeš li rezultat dobiti na drukčiji način? Možeš li rezultat uočiti na prvi pogled? Ima li rezultat smisla?*

Također, iz riješenog zadatka na kraju se može još štošta naučiti. Nastavnik kod učenika treba pobuditi utisak kako su matematički problemi povezani te kako imaju veze i s problemima iz drugih nastavnih predmeta ili iz svakodnevnog života. Učenika se može potaknuti pitanjem: *Možeš li rezultat ili metodu rješavanja upotrijebiti za neki drugi zadatak?*

Geogebrino dinamično okruženje za učenje

Već sam spomenula kako nam moderna tehnologija pruža virtualno okruženje za istraživanje, a kao jedan od potencijala primjene računala u nastavi matematike Glasnović Gracin [5] navodi upravo eksperimentalni rad koji (prema Schneider) opisuje kao *aktivno, samostalno, otkrivajuće učenje koje prvenstveno cilja na razvoj intuitivnih predodžbi i ideja, te na dublje i opsežnije osnovno razumijevanje matematičkih koncepata*. Isto tako naglašava da je eksperimentalni rad usko povezan s Pólyinim heurističkim idejama. Pri rješavanju nekog problema potrebno je eksperimentirati, isprobavati razne mogućnosti, koristiti vlastitu intuiciju da bismo došli do određenih pretpostavki i ideja na temelju kojih se potom izvode zaključci.

Dakle, možemo uočiti kako se istraživački usmjerena nastava izvrsno uklapa u Pólyin model rješavanja problema:



Slika 3. Istraživački usmjerena nastava i Pólya

Kanadski znanstvenici Karadag i McDougall [8] koji se, između ostalog, bave istraživanjem primjene *GeoGebre* u poučavanju matematike, napravili su još jedan korak dalje. Pólyin model rješavanja problema ugradili su u *GeoGebrino* dinamično okruženje za učenje (engl. *dynamic learning environment*). Zbog mogućnosti dinamičnog prikaza te interaktivnosti matematičkih objekata *GeoGebra* se kao kognitivni alat u nastavi može koristiti u tri različite situacije:

1. pri objašnjavanju matematičkih koncepata i njihovih međusobnih odnosa,
2. za istraživanje matematičkih koncepata i odnosa, te
3. za modeliranje.

Stoga su Karadag i McDougall sva tri modela razradili u obliku tablice (Tablica 1) sljedeći Pólyina načela heurističkog pristupa učenju.

Slijedi primjer u kojem ću detaljno analizirati srednji stupac tablice koji se odnosi na istraživanje.

Primjer. Transformacije grafova na *Interaktivnoj matematici* Normale

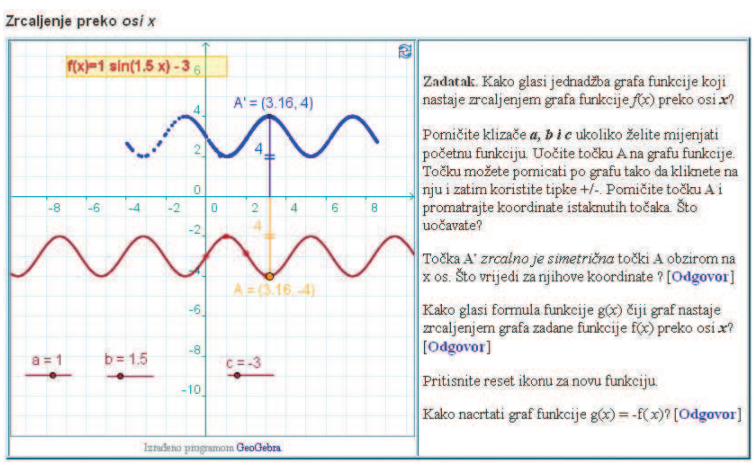
Na web stranicama *Interaktivne matematike* udruge Normala (`www.normala.hr/interaktivna_matematika`) nalaze se izuzetno kvalitetni digitalni obrazovni materijali koje su članovi udruge vrijedno izrađivali pazeći na metodički pristup i didaktičko oblikovanje matematičkih sadržaja namijenjenih samostalnom radu učenika pri učenju istraživanjem. Svaki materijal kreiran je od desetak i više Java apleta osmišljenih u *GeoGebri*, a koji kompletno pokriva neku od nastavnih tema iz redovnog programa srednjoškolske matematike s

	objašnjavanje (engl. *explaining*)	istraživanje (engl. *exploring*)	modeliranje (engl. *modelling*)
razumijevanje problema	opisati zadane podatke, što je nepoznato	osigurati radni materijal za učenike, navesti učenike da istraže problem, voditi učenike da utvrde što je nepoznato	ponuditi poučak koji treba istražiti, utvrditi zadane podatke, opisati nepoznato
stvaranje plana	postoji li veza među varijablama, izložiti strategiju	pitati učenike za vezu među varijablama, voditi učenike u kreiranju strategije	kreirati matematičke objekte, analizirati veze među objektima
izvođenje plana	sakupiti nove podatke manipulirajući matematičkim objektima kako bi se došlo do rješenja, postaviti vođena pitanja	voditi učenike kroz interakciju matematičkih objekata da sakupe dovoljno podataka, voditi učenike da uoče zakonitosti na temelju prikupljenih podataka	manipulirati objektima kako bismo provjerili valjanost konstrukcije, postaviti pretpostavku, testirati pretpostavku
osvrt	ponoviti postupak postaviti pitanja što-ako	poticati učenike da mijenjaju početni problem, poticati učenike da postavljaju što-ako pitanja	promijeniti varijable, osmisliti problem koji opisuje trenutno stanje, postaviti novi problem

Tablica 1.

dodanim zanimljivim izbornim sadržajima. Najnovije i najopsežnije djelo nastalo je suradnjom kolega Sanje Grabusin, Milana Kabića, Ele Rac Marinić Kragić te Šime Šuljića, a obrađuje temu *Transformacije grafova funkcija i krivulja*.

Za analizu sam odabrala *mathlet* koji se odnosi na *zrcaljenje grafa preko osi x* te ću pokazati kako su se autori pri izradi vodili Pólyinom idejom heurističkog učenja, odnosno kako su etape učenja istraživanjem ugradili u *mathlete*. Da se podsjetimo, *mathlet* je manji objekt učenja koji obrađuje određenu matematičku temu ili problem namijenjen demonstraciji nastavnika ili samostalnom učenju učenika. Konstruira se kao interaktivna web stranica koja se sastoji od dinamičnih elemenata (interaktivnih apleta) te statičnih elemenata (objašnjenja, pitanja i zadataka za učenike) [1] kao što se vidi na Slici 4.



Slika 4. *Mathlet* – Zrcaljenje preko osi x (sinusoida)

Nastavnik učenicima nudi ovaj gotovi digitalni materijal na kojem rade u informatičkoj učionici, a mogu raditi i kod kuće jer je dostupan na internetu (to je naročito zgodno za učenike koji možda nisu bili prisutni na nastavi).

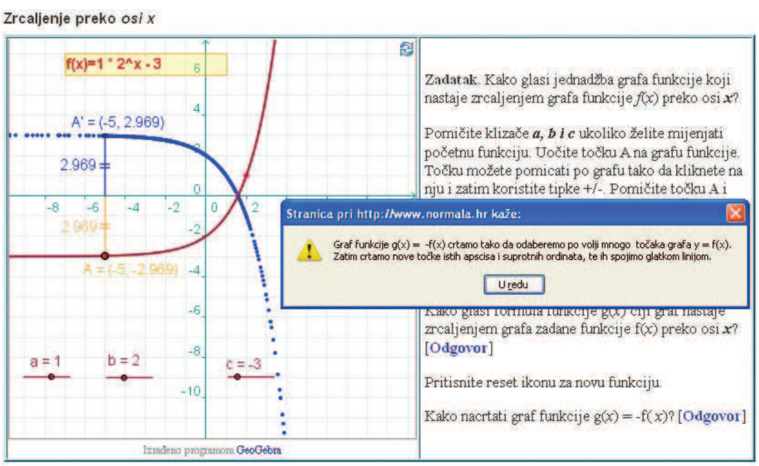
Prvi korak je **razumijevanje problema**. Učenika se navodi na problem koji je jasno iskazan pri vrhu desnog dijela prozora: *Kako glasi jednadžba grafa funkcije koji nastaje zrcaljenjem grafa funkcije $f(x)$ preko osi x?* Zadana je funkcija. U Java apletu u lijevom dijelu prozora prikazan je i graf funkcije na kojoj će učenik eksperimentirati. A traži se graf funkcije osnosimetričan zadanoj obzirom na os x.

Drugi korak odnosi se na **stvaranje plana** i način prikupljanja podataka kako bi učenik mogao izvesti neki zaključak. Dana je uputa kako se početna funkcija može mijenjati korištenjem klizača. Svaka promjena vidljiva je i na grafu i u jednadžbi. Učenika se time potiče da uočava interakciju dvaju prikaza: grafičkog i simboličkog. Također, na grafu funkcije $f(x)$ učenik može uočiti istaknutu točku A s naznačenim koordinatama koju treba pomicati i promatrati što se događa.

Treći korak odnosi se na **izvođenje plana**, odnosno analizu sakupljenih podataka. Pomicanjem točke A na apletu se uočava njena zrcalna slika A' koja ostavlja trag, a koordinate obiju točaka dinamički se mijenjaju. Učenika se pita: *Što vrijedi za njihove koordinate?*, a zahvaljujući dinamičnosti *GeoGebre* bez problema može uočiti zakonitost. Ipak, kako bismo bili sigurni da je shvatio, nudi mu se provjera odgovora klikom na ponuđeni odgovor: *A i A' imaju jednake apscise, a ordinate su im suprotni brojevi tj. ako je $A(x, y)$, onda je $A'(x, -y)$.* Obzirom da zrcalna točka A' ostavlja trag, učenik može uočiti postupno nastajanje grafa zrcalne funkcije. Stoga se postavlja još jedno pitanje:

Kako glasi formula funkcije $g(x)$ čiji graf nastaje zrcaljenjem grafa zadane funkcije $f(x)$ preko osi x? Nakon toga se opet nudi provjera odgovora: $g(x) = -f(x)$.

Ovaj *mathlet* je izvrstan primjer koji pokazuje koliko je četvrti korak bitan te kako u digitalni materijal kvalitetno ugraditi **osvrt** i izvođenje konačnog zaključka. Da cijela priča ne bi ostala na primjeru samo jedne vrste funkcija (na početku je bila sinusoida), učenika se upućuje da klikom na dugme za resetiranje apleta promijeni funkciju. Slučajnim



Slika 5. Mathlet – Zrcaljenje preko osi x (eksponencijalna)

odabirom može se pojaviti logaritamska, eksponencijalna, funkcija apsolutne vrijednosti, funkcija korijena ili kubna funkcija koja se pomoću klizača može dodatno prilagoditi. Učenik se pomicanjem točke A i promatranjem zrcalne slike još nekoliko puta može uvjeriti u ispravnost svojih slutnji prije nego donese konačan zaključak. Na kraju se učeniku postavlja još jedno pitanje: *Kako nacrtati graf funkcije* $g(x) = -f(x)$*?* Ovo nije novi problem, ovo je samo drukčije (obrnuto) iskazan početni problem. Ukoliko učenik uspješno odgovori i na ovo posljednje pitanje (ako ne, tu je ponuđeni odgovor, vidi sliku 5), možemo smatrati da je usvojio pojam zrcaljenja funkcije preko osi x.

Nakon ovoga slijedi *mathlet* u kojem se učenika opet vodi od razumijevanja zadatka, preko stvaranja i izvođenja plana, prikupljanja i analize podataka do donošenja zaključaka i osvrta. Napominjem da je ovdje prikazan samo jedan od ukupno tridesetak *mathleta* koliko ih ima u radu *Transformacije grafova funkcija i krivulja*, a koji je kolega Kabić detaljnije predstavio u MiŠ-u br. 51. [7] Također vas pozivam da, ukoliko još niste, posjetite web stranicu *Interaktivne matematike* i sami se uvjerite koliko cijela ova priča ima smisla.

Za kraj, što više reći osim citirati Pólyu [10]: *Najbolji način da se nešto nauči jest da to sami otkrijete*.

LITERATURA

1/ Ž. Bjelanović Dijanić, (2009.), *Mathlet – interaktivni digitalni materijal namijenjen samostalnom učenju*, Pogled kroz prozor, br 6., `http://pogledkrozprozor.wordpress.com/2009/03/31/mathlet-interaktivni-digitalni-materijal-namijenjen-samostalnom-ucenju/`

2/ L. Bognar, M. Matijević, (2002.), *Didaktika*, Školska knjiga, Zagreb.

3/ Carnet, Metodika i komunikacija e-obrazovanja, `www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/pedagogijkonstr.html`

4/ I. De Zan, (2005.), *Metodika nastave prirode i društva*, Školska knjiga, Zagreb.

5/ D. Glasnović Gracin, (2008.), *Računalo u nastavi matematike – Teorijska podloga i metodičke smjernice*, Matematika i škola, god. X., br. 46, str. 10-15.

6/ Inquiry-based Learning, `http://www.worksheetlibrary.com/teachingtips/inquiry.html`

7/ M. Kabić, (2009.), *Transformacije grafova funkcija i krivulja*, Matematika i škola, god. XI., br 51, str. 38–44.

8/ Z. Karadag, D. McDougall, (2009.), *Dynamic worksheets: visual learning with guidance of Pólya*, MSOR Connections, vol 9, no 2, `http://mathstore.ac.uk/headocs/9213_karadag_z_and_mcdougall_d_polya.pdf`

9/ Z. Kurnik, (2008.), *Istraživačka nastava*, Matematika i škola, god. X., br 47, str. 52–59.

10/ G. Pólya, (2003.), *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb.

11/ G. Pólya, (1966.), *Kako ću riješiti matematički zadatak*, Školska knjiga, Zagreb.

12/ S. Varošanec, (2006.), *Učenje otkrivanjem*, `http://web.math.hr/nastava/mnm1/ucenje.doc` (dostupno 8.8.2008)